EVCLIDIS

Optica & Catoptrica è Gręco VERSA PER IOANNEM PENAM REGIVM Mathematicum,

AD ILLVSTRISSIMVM PRINCIPEM CAROLVM LOTHARINGVM CARDINALEM.

PARISIIS,

Ex officina Andreæ Wecheli.

1557.

LECTORI.

Scholia quæ pleriſque locis interiecta ſunt, ad difficiliores demonſtrationũ locos referũtur: quos ideo aſteriſco notauimus, vt ſtudioſus lector ſciat quò ſingula ſcholia pertineant. Porrò errata emendentur hoc modo.

Pag. 18. lin. 20. Quare $\mu\gamma$, maior apparet quàm $\mu\delta$. &c. c.

Et in Catoptricis primo phænomeno lege: item in planis ſpeculis occupato eo ſpeculi loco in quem cadit. &. c.

Secundum phænomenon ita legatur: item in conuexis ſpeculis occupato eo loco per quem. &. c.

Pag. 55. lin. 13. α cerni nõ poſſe occupato loco in quo eſt γ.

Ibid. lin. 32. cerni occupato loco in quo eſt γ.

Pag. 56. lin. 10. ipſum α non cerni occupato eo loco in quo eſt δ.

Carolo Lotharingo

PRINCIPI ET CARDINALI ILLVSTRISSIMO

Ioannes Pena

S. D.

EVCLIDIS *doctrinam eam quæ docet naturam & proiectionem radiorum, visus, luminum, colorum, & formarum, quæque de omnium aspectabilium figura, situ, magnitudine, numero, motu, quiete, & distantia prudenter iudicare monstrat, Latinam fecimus, & tibi, Principum clarißimo, nuncupauimus. Ac vt de noua versione cogitaremus, effecit vetus translatio, adeo peruersa, vt inde satis colligi poßit, quod Maurolycus non tacuit, interpretem illum quanuis Græcæ dictionis non ignarum, artis tamen imperitia plurimis locis lapsum esse. Cuius rei fidem faciunt eius translationis theoremata aliquot, à quibus demonstrationes adeo alienæ sunt, vt prouerbium, Falces postulabam, meritò illis congruere poßit: aliud enim proponitur, aliud longè diuersum probatur. Sed nec theoremata omnia illic sunt, & plurima scholia desunt, quæ ad rem non mediocriter* Theore. 37. & 39.

faciũt, vt hunc libellũ legenti cõstabit. Quare de noua versione meritò cogitauimus, sed multò maxima ratione eam tibi, Principum illustrissimo, nuncupauimus: in quo non solùm disciplinas & virtutes excellenteis admiramur, sed singularem etiam amorem in artes & virtutes promouendas suspicimus. Nec literarum ornandarum desyderium tantùm cognoscimus, sed incredibile quoddam in te studium huius Academiæ illustrandæ contemplamur. Itaque iam per te vnum, viuunt literæ, te vno nituntur, te celebrant, tibi id quod sunt, acceptum ferunt. Sed cùm reliquę artes tibi multùm debeant, plurimùm tamen debent Mathematicæ, quas iacentes & penè desperatas, eo die instaurasti, cùm tantus Princeps Mathematicam disputationem augusta tua præsentia honestare, eíque non modò interesse, sed etiam presse voluisti. Qui dies, mihíne an Mathematicis disciplinis fœlicior illuxerit, mihi incertum est, certè per te (Principum clarissime) & ego & Mathematicæ artes, lucem sumus consecuti, cùm & me Regium Mathematicum designasti, & multa ingeniorum millia ad Mathematica studia incitasti. Ergo vt grati animi specimen ostendamus, tibi hæc duo opuscula sacramus: mole quidem exigua, sed propter rerum contentarum magnitudinem, haud indigna quæ tibi offerantur. Vale, Princeps illustrissime.

EVCLI-

Euclidis Optica,

LATINE REDDITA PER IOANNEM PENAM REgium Mathematicum,

AD

Illuſtriſsimum Principem Carolum Lotharingum Cardinalem.

CVM ea quæ ad aſpectum attinēt,demonſtraret, iucundas aliquot rationes adferebat, quibus concluderet, Omnem lucem ſecundum rectas lineas ferri: huiúſque rei maximum argumentum dabat , tum vmbras è corporibus proiectas , tum radios per feneſtras & rimas delatos:quorum nihil fieri videremus,vt nunc fit, niſi radii à Sole miſsi, in rectam lineam tenderent. Dicebat etiam, radios ab igne hoc noſtro emiſsos , cauſam eſſe cur obiecta quædā corpora partim illuſtrentur , partim vmbras iaciant, nunc æquales obiectis corporibus,nunc maiores,nunc minores . Atque æquales quidem vmbras ab ijs corporibus proiici dicebat,quæ æqualia eſſent ſplendidis & lucentibus ignibus: In his enim accidere aſſerebat, vt & extremi radii fierent paralleli , & neque concurrendo,vmbram minuerēt, neque ſeſe explicando,eam augerent, ſed quale eſſet obiectum corpus,talem vmbræ commenſum radij illi ſeruarent. Minores verò ſunt vmbræ corporibus, cùm lumina illuſtrantia maiora ſunt:extremos enim radios concurrere, ob ídque vmbram minorem reddere contingit. Maiores denique ſunt vmbrę obiectis corporibus,cùm illuſtrantia lumina,minora ſunt. Accidit enim in his,vt extremi radij ſeſe dilatent & opacatam partem maiorem faciant. Quod fieri poſſe negabat, niſi ra-

dij,quos lumen proijcit,in rectam lineam tenderent. Sed id omnium clarissimè spectari potest in his,quę ad id demonstrandum pręcipuè comparata sunt. Si enim lucernæ cuipiam vt libet positæ,apponatur tabella, cui rimula per tenuem serrulam facta sit, ita vt rimula illa medio lucernæ respondeat, huic autem tabellæ ex altera eius parte,altera tabella propè admoueatur,in quam incidat radius per rimulam delatus,inueniemus radium illum, qui per prioris tabellæ rimulam in posteriorē tabellam fertur,rectis omnino lineis contineri: eum quoque qui medium lucernæ & rimulā tabellæ cōnectit,in eadē esse recta linea. Itaque cū omnē lucem ferri in rectam lineam,euidens cuilibet & exploratum sit, inde se ad aspectus explicationem conuertens,concedendum cēsuit,vt radii ab oculo manantes, in rectam lineam ferrentur, ita tamen vt alii ab aliis interuallo aliquo distarent: Ex quo fieri dicebat,vt nullum aspectabile simul totum spectaretur,hanc rationē adferēs: Sępenumero enim acu aut alio eiusmodi corpusculo aliquo in terram delapso, cùm plerique illud studiosiùs quærerent,eodem modo sępius frustra quæsiuerunt,cùm nihil impediret,quò minùs corpusculum,quod quęrebant,cernerēt:Et tamen paulò pòst,cùm oculos in eum locum conijcerent,in quo erat illud corpusculum,acum viderunt. Ex quo cōstat,cùm corpusculū ipsum in terram delapsum non cernatur,neque locum ipsum,in quo illud collocatū erat, cerni: ideóque non omnes partes loci subiecti oculo spectantis,videri: Si enim omnes loci partes cernerentur,ipsum quoque corpusculum, quod disquiritur, cerneretur. atqui id non cernitur. Quinetiam conuersus ad eos, qui intentis oculis libros inspiciunt,asseruit ne hos quidem videre posse omnes literas vnius paginę,eò quòd sępe coacti literas quasdā rarò & sparsim scriptas ostendere,id nō possent, propterea quòd oculorum radii non ad singulas literas feruntur,nec continui & cōiuncti inter se sunt,sed aliquo interuallo alii ab aliis distant:atque ideo plerasque obiectarum literarum non cernunt. Ex quo patet,fore vt totus paginæ locus non videatur: Hoc idem in aliis quæ videntur,vsu venit:Quo circa quæ cernuntur, simul tota nō cernentur:existimantur autem cerni propter nimiam celeritatem radiorum nihil omittentium,id est, continuè & obiter per rem subiectam delatorum:nec ita salientium, vt aliquam partem intactam prætereant. Illud verò quod plerique dicunt, imaginem à re visa ad oculum fluere, qua motus oculus rem visam comprehendat, ita refellebat: Nam & de corpusculo quod disquirebatur,& de eo qui intentis oculis librum inspiceret, hanc dubitationem

bitationem adferebat: Si visio fiat affluxu simulacrorũ ad oculum, ab omníque corpore simulacra continenter fluant, quæ nostrum sensum moueant, quî fit vt acum quęrens, eam non videat, aut librũ attentè inspiciens, omnia elementa non cernat? ídne ideo fit, quòd mentem maioribus rebus intentam habeant? Atqui nihilò secùs ratiocinantur, dum rem quęrunt, nec planè inueniunt: Et tamen sępe dum alios alloquuntur, & mentem aliis rebus occupatam & distractam habent, citiùs reperiunt. At (inquiunt) non omnia simulacra in visum confluunt. Vnde igitur fit (inquam) vt quędam non influant, sed potiùs excludantur? Enimuerò dicebat Euclides, naturam in animalibus, sentiendi instrumenta ita fecisse, vt eorum quędam ad recipiendum accõmodata essent, quędam non: Auditum quippe, gustatũ & odoratum intus caua fecit, vt reciperent corpora venientia extrinsecùs, quę hos sensus mouerent: Vox enim ad auditum applicans, locum idoneum reperire debuit, vt in eo aliquandiu maneret, ne si statim post applicationem inde resiliret, sensum immotum redderet, vocémque delatam confunderet. Eâdem ratione odoratum cauum fecit natura: Nam de gustatu, quid dicere attinet? Concaui ergo & cauernæ instar à natura facti sunt hi sensus, vt eis adhibita corpora diutiùs immorentur. Quamobrem si in visione, corpora visum mouentia ad visum potiùs accedant extrinsecùs, quàm vt oculus aliquid ex se emittat, deberet ipse oculus cauus esse, vt ad receptionem simulacrorum esset commodior. Id autem aliter se habere constat: Globosum enim esse oculum, perspicuum est. Hæc igitur in præsentia ei sufficere visa sunt, vt confirmaret, radios effusos & emissos esse, qui vidẽdi affectũ moueant. Porrò vt ostenderet circunferẽtias in eâdẽ superficie cũ visu positas, rectas lineas oculo videri, has rationes adferebat: Quia visus in eodẽ plano positus, in quo est res spectata, talẽ habet sitũ, vt neq, sublimior sit, quã res quæ spectatur, neque depressior (id enĩ est esse in eodẽ plano) Si ergo visus neq; sublimior, neque humilior sit, quã circũferẽtia, quæ in eodẽ plano describitur: radios igitur proiicit nõ sublimiores quidẽ ad has circũferentię partes, depressiores verò ad illas: sed radios omnes per planum delatos æqualiter ad omnes circumferentiæ partes emittit, vt eadem caussa sit, cur & planũ in quo est oculus, rectæ lineæ speciẽ habeat, & circumferentia in eodẽ plano descripta. Planũ enim, quod rectæ lineę instar ad oculum ponitur, id est, quod productum secat centrum oculi, ipsum quidem cerni non potest, propterea quòd nullus radiorum ab oculo emissorum in illud cadit: eius

verò extremum cernitur, quod eſt recta linea. Id verò ideo dicit, quia ea linea, quæ oculo obiecta manet, reliquis plani partibus officiens, prohibet planum cerni. Eadem verò cauſſa, quę efficit vt planum, quod in rectam lineam ad oculum poſitum eſt, recta linea eſſe videatur, efficit etiam vt circumferentiarum in eodem plano iacentium, in quo eſt oculus, partim maiores appareant, cùm plures radij ad eas applicant: partim ęquales, cùm ęquales: partim minores, cùm illi veluti radiorum anguli, qui ad oculum fiunt, minores ſunt.

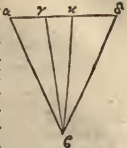
1. *Ponatur ergo, radios ab oculo emiſſos, in rectam lineam ferri, aliquóque interuallo inter ſe diſtare.*
2. *Item, figuram à radiis comprehenſam, eſſe conum, qui verticem habeat in oculo, baſim verò in extremu rerum viſarum.*
3. *Item, ea cerni, ad quæ radij perueniunt.*
4. *Item, ea non cerni, ad quæ radij non perueniunt.*
5. *Item, quæ ſub maiore angulo cernuntur, maiora exiſtimari.*
6. *Item, quæ ſub minore angulo cernuntur, minora putari.*
7. *Item, quæ ſub æquali angulo cernuntur, æqualia exiſtimari.*
8. *Item, quæ à ſublimioribus radijs vidētur, ſublimiora apparere.*
9. *Quæ verò à depreſsioribus, depreſsiora.*
10. *Item, quæ à dexterioribus radijs ſpectantur, dexteriora apparere.*
11. *Quæ verò à ſiniſterioribus, ſiniſteriora.*
12. *Item, quæ ſub pluribus angulis ſpectantur, accuratiùs videri.*

Hęc igitur à nobis poſita ſint, è quibus ſequentia theoremata demonſtrentur.

THEOREMA 1.

NVLLVM aſpectabile ſimul totum cernitur.

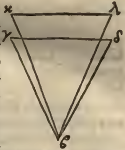
Sit enim aſpectabile aliquod, α δ. oculus verò β, à quo radij pergant β α, β γ, β κ, β δ. Quia igitur radij ab oculo exilientes ita feruntur, vt aliquo interuallo alii ab aliis diſtent, (per 1. poſtulatum) non ergo continui incidunt in aſpectabile α δ. Sunt igitur aliqua interualla in α δ, ad quæ radii non peruenient. Quare totum α δ, ſimul non cernetur. exiſtimatur autem totum ſimul cerni, propter delatorum radiorum celeritatem.



THEOREMA 2.

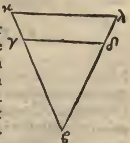
Æqualium magnitudinũ inter ſe diſtantium, quæ propiùs poſitæ ſunt, accuratiùs cernuntur.

Sit oculus β, aſpectabiles verò magnitudines γ δ, & κ λ, quæ æquales & parallelæ cogitandæ ſunt: propior autem oculo ſit γ δ, quàm κ λ. & emittantur ab oculo radii β γ, β δ, β κ, β λ. nunquam dicemus fieri poſſe, vt radii à β oculo ad κ λ tendentes, tranſeant per γ, δ, puncta *. Alioqui trianguli β λ κ, latus κ λ, maius eſſet latere γ δ trianguli β γ δ. Atqui κ λ poſita eſt æqualis ipſi γ δ. Quare γ δ à pluribus radiis conſpicitur, quàm κ λ. Accuratiùs igitur cernitur γ δ, quàm κ λ.



SCHOLIVM.

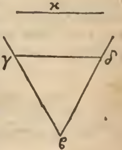
Quòd autem ſi radii β κ & β λ tranſeant per puncta γ & δ, neceſſe ſit latus κ λ maius eſſe latere γ δ, ſic ſanè oſtendetur. Sit enim vt in ſubiecto triangulo factum eſt. Cùm ergo in rectas parallelas κ λ & γ δ, rectæ lineæ β κ & β λ incidant: duo igitur anguli β κ λ & β λ κ, duobus angulis β γ δ & β δ γ ſunt æquales (per 29. primi Elemẽtorum) ob ídque



duo triangula æquiangula sunt $\beta\gamma\delta$ & $\beta\kappa\lambda$. Ergo vt $\beta\kappa$ ad $\kappa\lambda$, sic $\beta\gamma$ ad $\gamma\delta$ (per 4. sexti Elementorum) & viciſſim vt $\beta\kappa$ ad $\beta\gamma$, sic $\kappa\lambda$ ad $\gamma\delta$ (per 16. quinti Elem.) Eſt autem $\beta\kappa$ maior quàm $\beta\gamma$. Ergo etiam $\kappa\lambda$ maior eſt quàm $\gamma\delta$.

THEOREMA 3.

Aſpectabilium quodlibet certam habet interualli longitudinem, qua expleta, iam non cernitur.



Sit oculus β, aſpectabile verò $\gamma\delta$. dico $\gamma\delta$ poſſe collocari in aliqua intercapedine ab oculo, ex qua iam non cernetur. Sit enim $\gamma\delta$ in interuallo quod eſt inter radios $\beta\gamma$ & $\beta\delta$. & ſupra illud ſit κ. Nullus igitur radius ex β oculo ad κ perueniet. Ad quod autem radii non perueniunt, illud non cernitur (per 4. poſtul.) Quocirca vnumquodque aſpectabilium, certum habet interualli modum, quo expleto, iam non cernitur. Oportet tamen inter aſpectabile & oculum, aliquod eſſe interuallum, alioqui cerni non poſſet.

SCHOLIVM.

Id fortaſſis obiiciat quiſpiam: Cùm non ſolùm $\beta\gamma$ & $\beta\delta$ radii tendant ad $\gamma\delta$ magnitudinem, ſed multò plures ſint inter pũcta γ & δ, qui ad eandem magnitudinem ferantur: igitur magnitudine $\gamma\delta$ longiùs ab oculo ſemota, etiamſi $\beta\gamma$ & $\beta\delta$ radii ad eam non perueniant, tamen radii intermedii ad eam peruenient. Nos igitur hæc obiicienti ſatiſfaciemus, hoc modo. Quanuis $\gamma\delta$ magnitudo nonnihil ſemota ab oculo non attingatur à radiis $\beta\gamma$ & $\beta\delta$, ſed à radiis intermediis: tamen ſi eadem magnitudo longiſſimè ſemoueatur ab oculo, ne ab intermediis quidem radiis attingetur.

ALIA THEOREMATIS demonſtratio.

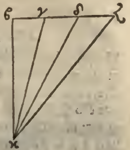
Eſto oculus β, aſpectabile verò ſit $\gamma\delta$, quod cernatur ſub $\beta\gamma\delta$ angulo minimo. dico cerni non poſſe $\gamma\delta$ magnitudinem, ſi longiùs remoueatur à β oculo. Eſto (inquam) ſemoueatur longiùs ab oculo, ponatúrque in κ. Cernetur ergo ſub paucioribus radiis quàm antea. Sed cernebatur ſub pauciſſimis, propterea quòd angulus

gulus γ ϐ δ ponitur esse minimus. Daretur ergo paucissimo paucius, quod fieri nequit.

THEOREMA 4.

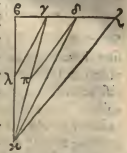
Æqualium interuallorum in eadem recta linea collocatorum, quæ è longiore interuallo spectantur, minora apparent.

Sint enim æqualia interualla ϐ γ, γ δ, δ ζ, oculus autem sit κ, à quo procedant radii κ ϐ, κ γ, κ δ, κ ζ. Sitque κ ϐ ad rectos angulos ipsi ϐ ζ· quia igitur in rectangulo triangulo κ ϐ ζ æquales sunt ϐ γ, γ δ, δ ζ· *maior ergo est ϐ κ γ angulus angulo γ κ δ· & angulus γ κ δ angulo δ κ ζ· maius igitur apparet ϐ γ interuallum quàm γ δ· & γ δ quàm δ ζ.



SCHOLIVM.

Sit triangulus κ ϐ ζ, cuius angulus qui ad ϐ, rectus sit: sunto autē & ϐ γ, γ δ, δ ζ, inter se æquales, & connectantur γ κ & δ κ· dico angulum ϐ κ γ, maiorem esse angulo γ κ δ· & angulum γ κ δ maiorem esse angulo δ κ ζ.· à puncto enim γ ducatur recta linea γ λ, quæ sit parallela ipsi δ κ (per 31. primi Element.) Est igitur vt δ γ ad γ ϐ, sic κ λ ad λ ϐ (per 2. sexti Elem.) Æqualis porrò est δ γ ipsi γ ϐ · quare æqualis etiam est κ λ ipsi λ ϐ. Et quia angulus qui ad ϐ rectus est, maior igitur est λ γ recta, quàm λ ϐ (per 19. primi Elem.) ipsa autē λ ϐ æqualis est ipsi λ κ. Quare λ γ maior est quàm λ κ: ob idque angulus λ κ γ, maior est angulo λ γ κ (per 18. primi Elem.) angulo autē λ γ κ æqualis est angulus γ κ δ (per 29. primi Ele.) sunt enim alterni anguli. angulus ergo λ κ γ, maior est angulo γ κ δ. Rursum à puncto δ ducatur δ π parallela ipsi ζ κ · constat ergo lineam π δ maiorem esse linea π κ. quocirca angulus π κ δ, maior est angulo π δ κ · ipsi autē π δ κ angulo, æqualis est angulus δ κ ζ (per 29. primi Element.) quare angulus π κ δ maior est angulo δ κ ζ.

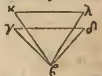


Theore-

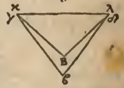
THEOREMA 5.

AEquales magnitudines inæqualiter diſtantes, inęquales apparent, & perpetuò maior, quæ propiùs ad oculum poſita eſt.

Sit $\gamma\delta$ æqualis ipſi $\kappa\lambda$· oculus autem ſit β, à quo radii procedant $\beta\delta$, $\beta\lambda$, $\beta\kappa$, $\beta\gamma$. Cùm igitur $\gamma\delta$ ſub maiori angulo ſpectetur, quàm $\kappa\lambda$, maior apparet $\gamma\delta$, quàm $\kappa\lambda$ (per 5. poſtulatum.)



SCHOLIVM.

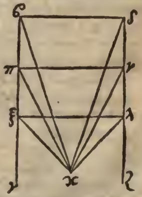


Magnitudo $\gamma\delta$ ſub maiore angulo ſpectatur quàm magnitudo $\kappa\lambda$. Si enim $\gamma\delta$ & $\kappa\lambda$, altera alteri ita applicetur, vt punctum κ cum puncto γ, & punctum λ cum puncto δ congruat: cùm duæ lineæ $\beta\kappa$ & $\beta\lambda$, duabus lineis $B\gamma$ & $B\delta$, maiores ſint: igitur triangulus $B\gamma\delta$, cadet intra $\beta\kappa\lambda$ triangulum: quare latera $B\gamma$ & $B\delta$ continebunt angulum $\gamma B\delta$ maiorem angulo $\kappa\beta\lambda$ (per 21. primi Elementorum.)

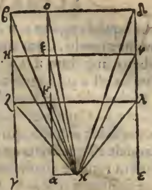
THEOREMA 6.

Parallela interualla eminus ſpectata, inæqualis latitudinis apparent.

Sit enim ipſius $\beta\gamma$ ad $\delta\zeta$ interuallum parallelum, oculus autem ſit κ. dico has duas magnitudines $\beta\gamma$ & $\delta\zeta$ æquidiſtãtes inter ſe, videri tamen inæqualiter diſtare, maiúſque ſemper apparere propius interuallum remotiore. procedant enim radii $\kappa\xi$, $\kappa\pi$, $\kappa\beta$, $\kappa\delta$, $\kappa\upsilon$, $\kappa\lambda$. connectãturq; rectæ $\xi\lambda$, $\pi\upsilon$, & $\beta\delta$. cùm igitur maior ſit angulus $\xi\kappa\lambda$, angulo $\pi\kappa\upsilon$. maior ergo apparet recta $\xi\lambda$, quã $\pi\upsilon$ (per 5. poſtulatum) eadémque ratione $\pi\upsilon$ recta maior apparet, quàm recta $\beta\delta$. Non ergo videntur parallela interualla, ſed ſemper coarctari & inæqualiter diſtare videntur. Quare parallela interualla eminus ſpectata, inæqualis latitudinis apparẽt.



Hoc



Hoc igitur modo fit demonſtratio, cùm oculus eſt in eodem plano, in quo ſpectatum interuallum: Quòd ſi nõ ſit in eodẽ plano, demõſtratio fiet, vt ſequitur. Sit enim κ oculus ſublimior plano illo, in quo eſt interuallum, & ex κ in ſubiectum planum ducatur perpendicularis κ α. & ex α in λ ζ ducatur perpendicularis α μ, quæ producatur verſus o, incidántque radii κ β, κ η, κ ζ, κ δ, κ υ, κ λ. & coniungantur κ μ, κ ξ, κ o. Quia igitur ex κ puncto in ſublimi poſito, ad μ punctum deducta eſt recta linea κ μ· perpendicularis ergo eſt κ μ, ad λ μ. eodémque modo κ ξ, ad η υ. & κ o, ad β δ. Triangula ergo rectangula ſunt κ μ λ, κ ξ υ, κ o δ. eſtque ξ υ, ipſi μ λ æqualis: parallelogrammum enim eſt μ υ. vtraque autem ipſarum ξ κ, κ υ, maior eſt vtrâque ipſarum μ κ, κ λ. maior igitur eſt angulus μ κ λ, angulo ξ κ υ. Quare tota ζ λ, maior apparet quàm tota η υ. eademque ratione tota λ ζ, maior quàm β δ. inæqualiter ergo diſtare videntur duæ magnitudines β γ, δ ε· quæ tamen re vera æquidiſtantes ſunt.

SCHOLIVM.

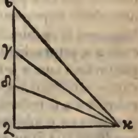
Quomodo autem κ μ perpendicularis ſit in μ λ, ſic demonſtrabimus: Cùm ex κ puncto in ſublimi conſtituto in ſubiectum planum ducta ſit perpendicularis κ α· ad omnes igitur rectas ipſam tangentes & in ſubiecto plano iacẽtes, angulos rectos facit. Quia ergo μ α perpendicularis ducta eſt ad ζ λ· igitur κ α, rectum angulum facit cum α μ· ducatur linea ex α in λ, ſitque α λ· ergo α κ, cum α λ, rectum angulum facit. Cùm itaque triangulus rectangulus ſit κ α μ, rectum habens angulum κ α μ· quadratum igitur quod fit ex κ μ ſubtendente rectum angulum, qui ad α, æquale eſt quadratis quæ fiunt ex κ α, α μ. Item quia triangulus eſt rectangulus α μ λ, rectum habens angulum α μ λ· quadratum igitur quod fit ex α λ, æquale eſt quadratis quæ fiunt ex α μ, μ λ. Quadratum verò quod fit ex κ λ, æquale eſt eis quæ fiunt ex κ α, α μ, μ λ. Sed quadratis quæ fiunt ex κ α, α μ, æquale eſt quadratum quod fit ex κ μ· triãgulus enim rectangulus eſt κ α μ, rectum angulum habens κ α μ· quadratum ergo quod fit ex κ λ, æquale eſt quadratis quæ fiunt ex κ μ, μ λ. Quocirca (per 48. primi Elemẽtorum) rectus eſt κ μ λ· quod oſtendendum erat.

ALTERVM SCHOLIVM.

Porrò quòd angulus $\mu \kappa \lambda$, maior ſit angulo $\xi \kappa \upsilon$, demonſtrabimus hoc modo. Cùm triangulus $\kappa \alpha \mu$, ſit rectangulus, rectum habens angulum $\kappa \alpha \mu$: angulus ergo $\kappa \mu \alpha$, acutus eſt: quare obtuſus eſt $\kappa \mu \xi$ angulus. Trianguli ergo obtuſianguli $\kappa \xi \mu$ lat^{9} $\kappa \xi$, ſubtendit angulum obtuſum qui eſt ad μ. maius igitur eſt $\kappa \xi$ quàm $\kappa \mu$. Quia ergo triãgula ſunt rectangula $\kappa \xi \upsilon$, $\kappa \lambda \mu$, quæ rectos habẽt angulos, qui ad ξ, & μ. quadratũ igitur quod fit ex $\kappa \upsilon$, æquale eſt quadratis quæ fiũt ex $\kappa \xi$, & $\xi \upsilon$ (per 47. primi Elem.) Eâdem ratione quadratum quod fit ex $\kappa \lambda$, æquale eſt quadratis quæ fiunt ex $\kappa \mu$ & $\mu \lambda$. Quadrata autẽ quæ fiunt ex $\kappa \xi$, $\xi \upsilon$, maiora ſunt quadratis quæ fiunt ex $\kappa \mu$, $\mu \lambda$. Nam $\xi \upsilon$ latus æquale eſt lateri $\mu \lambda$, cùm ſit ei oppoſitũ in parallelogrãmo $\mu \upsilon$. Eſt verò $\kappa \xi$ recta, maior quàm recta $\kappa \mu$: quadratũ igiturquodfit ex $\kappa \upsilon$, maius eſt quadrato quod fit ex $\kappa \lambda$. Quare $\kappa \upsilon$ maior eſt quã $\kappa \lambda$. Oſtenſa verò eſt $\kappa \xi$ maior, quàm $\kappa \mu$: & $\xi \upsilon$, æqualis ipſi $\mu \lambda$. Si ergo ipſam $\mu \lambda$ aptauerimus ipſi $\xi \upsilon$, ita vt earũ extrema côueniãt, cadet $\kappa \mu \lambda$ triangulus, intra triangulum $\kappa \xi \upsilon$. Ergo (per 21. primi Ele.) maior erit $\mu \kappa \lambda$ ãgulus, angulo $\xi \kappa \upsilon$: quod oſtẽdere fuit operæpretium.

THEOREMA. 7.

Magnitudines æquales in eadem recta linea procul à ſeſe poſitæ, inæquales apparent.



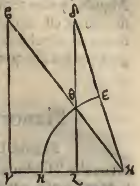
Sint enim æquales magnitudines $\beta \gamma$, $\delta \zeta$, oculus autem ſit κ & ab oculo κ incidãt radii $\kappa \beta$, $\kappa \gamma$, $\kappa \delta$, $\kappa \zeta$. Sit autem rectus $\beta \zeta \kappa$ angulus. Maior ergo eſt angulus $\zeta \kappa \delta$, angulo $\beta \kappa \gamma$. Quare (per 5. poſtulatum) maior apparebit $\delta \zeta$, quàm $\gamma \beta$. ob idque inæquales apparent $\beta \gamma$ & $\delta \zeta$ magnitudines.

THEOREMA. 8.

Æquales magnitudines inæqualiter ab oculo diſtantes, non ſeruant eandem rationem angulorum, quàm diſtantiarum.

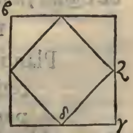
Sit

Sit $\beta\gamma$ magnitudo æqualis & parallela magnitudini $\delta\zeta$. Sitque oculus κ, à quo educatur radii $\kappa\zeta\gamma$, $\kappa\theta\beta$, $\kappa\zeta$, $\kappa\epsilon\delta$, quorum $\kappa\gamma$, sit ad angulos rectos ipsi $\gamma\beta$. assero fore vt non appareat eadẽ ratio inter magnitudines $\beta\gamma$, & $\delta\zeta$, quæ inter interualla $\gamma\kappa$, & $\zeta\kappa$.



Quia enim rectus est angulus $\delta\zeta\kappa$. ergo angulus $\zeta\theta\kappa$ acutus est (per 17. primi Element.) Quare $\theta\kappa$ maior est, quàm $\kappa\zeta$ (per 19. primi Element.) ob idque si centro κ, interuallo autem $\kappa\theta$, describatur circulus, cadet vltra ipsam $\kappa\zeta$ id est, $\kappa\zeta$ erit minor semidiametro. Descripta igitur sit circuli portio, quæ sit $\epsilon\theta\eta$. Quia $\delta\theta\kappa$ triangulus maiorẽ rationem habet ad sectorem $\theta\epsilon\kappa$, quàm $\zeta\theta\kappa$ triangulus ad sectorem $\eta\theta\kappa$: vicissim ergo (per 16. quinti Element.) $\theta\delta\kappa$ triangulus ad $\zeta\theta\kappa$ triangulum, maiorem rationem habet, quàm sector $\epsilon\theta\kappa$, ad $\eta\theta\kappa$ sectorem. Ergo per compositionem rationis (quæ est in 18. quinti Element.) triangulus $\zeta\delta\kappa$, ad triangulum $\zeta\theta\kappa$, maiorẽ habet rationem, quàm sector $\epsilon\eta\kappa$, ad $\eta\theta\kappa$ sectorem. Sed vt $\zeta\delta\kappa$ triangulus ad $\zeta\theta\kappa$ triangulum, ita $\delta\zeta$ ad $\zeta\theta$. (per 1. sexti Element.) Vt autẽ $\eta\epsilon\kappa$ sector, ad $\eta\theta\kappa$ sectorem, ita $\delta\kappa\zeta$ angulus, ad $\theta\kappa\zeta$ angulum (per corollarium 33. sexti Element.) Ergo $\delta\zeta$ ad $\theta\zeta$, maiorem rationem habet, quàm angulus $\epsilon\kappa\zeta$; ad angulum $\theta\kappa\zeta$. Vt autem $\delta\zeta$ ad $\theta\zeta$, ita $\gamma\kappa$ ad $\zeta\kappa$. Igitur $\kappa\gamma$ ad $\zeta\kappa$ maiorem rationem habet, quàm $\epsilon\kappa\zeta$ angulus, ad $\theta\kappa\zeta$ angulum. Sed ex $\epsilon\kappa\zeta$ angulo, cernitur magnitudo $\delta\zeta$: ex angulo autem $\beta\kappa\gamma$, cernitur magnitudo $\beta\gamma$. non ergo in eadem ratione cernuntur magnitudines, in qua interualla (imò verò maior est ratio maioris interualli ad minus, quàm maioris anguli, sub quo spectatur magnitudo propior, ad minorem angulum, sub quo spectatur magnitudo remotior.)

THEOREMA 9.



Rectangulæ magnitudines eminus spectatæ, rotundæ apparent.

Sit $\beta\gamma$ rectangula magnitudo eminus conspecta: Cùm ergo quodlibet aspectabilium habeat certam interualli longitudinem, qua expleta iam non cernitur: angulus igitur qui ad γ non cernitur, sed puncta tantùm δ & ζ

apparent. Idem cuilibet reliquorum angulorum accidet. Quare circularis apparebit tota magnitudo β γ.

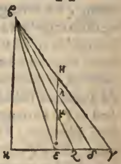
SCHOLIVM.

Angulus γ non cernitur: figurarum enim rectangularum latitudo minor est circa angulos quàm alibi. Quocirca partes quæ magis ad angulos accedunt, citiùs euanescunt, & aspectum fugiunt, quàm illæ quæ medium figuræ locum occupant.

THEOREMA 10.

Planorum oculo subiectorum, quæ remotiora sunt, sublimiora apparẽt.

Sit oculus β sublimior posit⁹ quã sit planũ γ κ. & ex β oculo ꝓcedãt radii β γ, β δ, β ζ, β ε, β κ, quorũ β κ perpendicularis sit ad κ γ, quod est subiectũ planum: dico γ δ planum sublimius apparere plano ζ ε. quia enim radii β γ, & β δ, sub quibus cernitur γ δ planum, sublimiores sunt quàm β ζ & β ε, sub quibus cernitur planum ε ζ· sublimius igitur apparet planum γ δ, plano ζ ε· eademque ratione planum ζ ε, plano ε κ. Quæ enim per radios sublimiores spectantur, sublimiora apparent (per 8. postulatũ.)



SCHOLIVM.

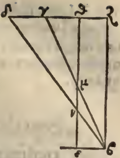
Quòd autem radii β γ, β δ, sublimiores sint radiis β ζ, β ε, hinc liquet. Ducatur enim ε η, quæ sit recta ad planum κ γ· Punctum igitur η sublimius est puncto λ· & punctum λ, puncto μ. ducitur autem radius β γ, per punctum η· radius uerò β δ, per punctum λ· radius denique β ζ, per punctum μ. Ergo radius β γ sublimior est quàm β δ, & β δ sublimior est quàm β ζ, & β ζ quàm β ε. Quare β γ, β δ, radii sublimiores sunt, quàm radii β ζ, β ε.

THEOREMA 11.

Planorum oculo sublimiorum, quæ remotiora sunt, depressiora apparent.

Sit oculus β depressior plano δ ζ, & ab oculo β, procedant radii

β δ,



βδ, βγ, βζ. quia igitur de radiis omnib⁹ ab oculo β, ad planum δζ tendentibus, humillimus est βδ, ipse autẽ βγ humilior ipso βζ. & per radios βδ, βγ, cernitur planũ δγ. per radios autem βγ, βζ, cernitur planum γζ. Igitur γδ depressius apparet quàm γζ, (per 9. postulatum.)

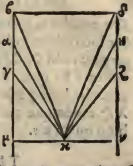
SCHOLIVM.

Quòd autem radiorum omnium ex β oculo, ad δζ planũ, pergentium humillimus sit radius δβ, hunc in modum monstrabimus. Sit enim planum βε, parallelum quidem plano ζδ, breuius autem ipso γζ. erigatúrque εθ linea, quę recta sit ad planum βε. Igitur punctum ν depressius est puncto μ. transit autem radius quidem βδ, per punctum ν. radius autem βγ per punctum μ. Quare radius βδ humilior est radio βγ. Eadem demonstratio in reliquis valebit.

THEOREMA 12.

Eorum quæ in anteriorem partem lõgitudinem habẽt, dextra læuorsum & læua dextrorsum educi videntur.

Sint visæ magnitudines βγ, δζ, extensæ in longitudinem ante oculum, qui sit κ, à quo procedant radii κγ, κα, κβ, κζ, κη, κδ. Igitur δ magis ad læuã educi videtur quã η: eodémque modo β magis ad dextram educi videtur quàm α. Quocirca eorum quæ in anteriorem partem longitudinem habent, dextra læuorsum, & læua dextrorsum educi videntur.



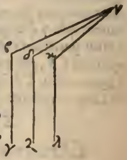
SCHOLIVM.

Quòd autem δ magis ad sinistram procũbere videatur quàm η, & η quàm ζ. Item β ad dextram magis tendere videatur quàm α, & α magis quã γ, hinc cõstabit. Esto enĩ recta κν ad ãgulos rectos ipsi δν, recta etiã κμ ad ãgulos rectos ipsi βμ. radiorũ igitur õniũ ex oculo κ ad δν pergentiũ minimus est κν radi⁹ perpẽdicularis. Quocirca maximè dextrũ est punctũ ν, & κν radius magis ad dextrã vergit quã κζ, κη, κδ, radii. Quia autẽ κζ ꝓpior est ipsi κν, quã sit radi-

us κ δ. Igitur radius κ δ ad læuam magis vergere videtur, quàm radius κ κ·radius item κ κ, magis quàm radius κ ζ. Ergo δ læuorsum magis nutare videtur, quàm κ, & κ magis quàm ζ. Eodem modo ostendemus β magis ad dextram vergere quàm α, & α quàm γ.

THEOREMA 13.

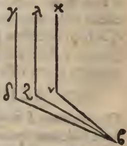
Æqualium magnitudinum sub oculo positarum, quæ remotiores ab oculo sunt, sublimiores apparent.



Sint æquales magnitudines β γ, δ ζ, κ λ, positæ sub oculo qui sit ν, à quo procedant radii ν β, ν δ, ν κ· de his ergo omnibus maximè sublimis est radius γ β· quare & punctum β sublimius apparet, quàm puncta δ, κ. Igitur β γ sublimior apparet quàm δ ζ, & δ ζ quàm κ λ. Ergo æqualium magnitudinum sub oculo positarum, quæ remotiores ab oculo sunt, sublimiores apparent.

THEOREMA 14.

Æqualium magnitudinũ oculo sublimiorum, quæ remotiores sunt, humiliores apparent.



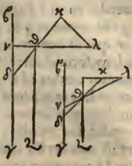
Sint æquales magnitudines κ ν, λ ζ, γ δ, positæ loco sublimiori, quàm sit β oculus, à quo pergant radii β ν, β ζ, β δ· humillimus ergo est radius β δ. quare & punctum δ humillimũ erit. ob idque γ δ humilior apparebit quàm λ ζ· eadémque ratione λ ζ, humilior videbitur quàm κ ν.

THEOREMA 15.

Magnitudinum oculo subiectarum, quarum altera alteram excedit, oculo quidem ad eas accedẽte, excessus quo

quo maior minorem ſuperare videtur, maior apparet: recedente verò, minor.

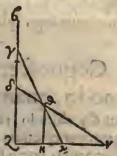
Sit $\beta\gamma$ maior quàm $\theta\zeta$, ponatúrque κ, oculus ſublimiore loco, quàm ſint $\beta\gamma$, $\theta\zeta$. & per punctum θ, cadat radius $\kappa\delta$. igitur $\beta\gamma$ excedere videtur ipſam $\theta\zeta$, tota $\beta\delta$ magnitudine. æqualis enim videtur $\theta\zeta$, ipſi $\delta\gamma$, cùm ab eodem oculo, & eodem radio $\kappa\delta$, cernantur. Iam mutetur κ oculus, & recedat ad λ, & per θ punctum, procedat radius $\lambda\nu$. rurſum hîc $\beta\gamma$ maior apparet, quàm $\theta\zeta$, tanto exceſſu, quanta eſt magnitudo $\beta\nu$. Recedente itaque oculo, maior magnitudo minorem excedere videtur minore exceſſu, quàm accedente.



THEOREMA 16.

Magnitudinum oculo ſublimiorum, quarum altera alteram excedit, oculo ad eas accedente, exceſſusquo maior minorem ſuperat, minor videtur, recedẽte verò multò maior.

Sit $\beta\zeta$ maior, quàm $\theta\kappa$: ab oculo verò κ, in inferiore loco poſito, procedat radius $\kappa\gamma$, per punctum θ. Igitur $\beta\zeta$ excedere videtur ipſam $\theta\kappa$, tanta quantitate, quanta eſt $\beta\gamma$. Mutetur oculus κ, ad ν, procedátque radius $\nu\delta$, per punctum θ. ergo hîc rurſum $\beta\zeta$ excedit ipſam $\theta\kappa$, tota magnitudine $\beta\delta$. Quare oculo accedente, maior magnitudo minorẽ ſuperare videtur minori exceſſu, recedente verò oculo, maiore exceſſu.

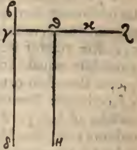


THEOREMA 17.

Magnitudinum, quarum altera alteram excedit, oculi radio ad inferioris

ris verticẽ perpẽdiculariter incidẽte, maior minorẽ ſemper excedere videtur ęquali exceſſu, ſiue oculus accedat, ſiue recedat.

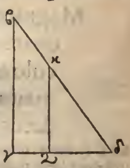
Excedat enim $\beta\delta$, ipſam $\theta\kappa$, magnitudine $\beta\gamma$· & connexa $\gamma\theta$, producatur vſque ad ζ, in quo ſit oculus. igitur radius ex ζ procedens, ſecundum rectam $\zeta\gamma$ feretur. Iam mutetur oculus ad κ· ergo ob eandẽ cauſſam, radius ex κ oculo emiſſus, feretur ſecundum $\kappa\gamma$ lineam. Quare ſiue oculus accedat, ſiue recedat, eodem exceſſu perpetuò excedet $\beta\delta$ maior magnitudo, ipſam $\theta\kappa$, minorem magnitudinem.



THEOREMA 18.

Datam altitudinem cognoſcere quãta ſit.

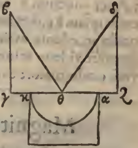
Sit altitudo $\beta\gamma$, cuius quantitatem cognoſcere oporteat, & per punctum β cadat Solis radius $\beta\delta$· igitur vmbra erit $\gamma\delta$. Sume igitur magnitudinẽ aliquam cognitam, cuiuſmodi eſto $\kappa\zeta$· eámque ita aptato ſub angulum δ, vt ſit parallela ipſi $\beta\gamma$. Eſt itaque vt $\delta\gamma$ ad $\gamma\beta$, ita $\delta\zeta$ ad $\zeta\kappa$. Eſt autem cognita ratio ipſius $\delta\zeta$ ad $\zeta\kappa$· cognita ergo erit etiam ratio $\delta\gamma$, ad $\gamma\beta$. Sed $\delta\gamma$, vmbra cognita eſt: cognoſcetur ergo ipſa $\gamma\beta$ altitudo.



THEOREMA 19.

Cognoſcere quanta ſit data altitudo, alio modo, quàm per Solem.

Sit $\beta\gamma$ altitudo, cuius quantitatem veſtigare operæpretium ſit, & ponatur ſpeculũ $\kappa\alpha$· oculus autem ſit δ, à quo procedat radius $\delta\theta$, & à puncto θ reflectatur verſus punctũ β (quod eſt altitudinis extremum) ſecundum lineam $\theta\beta$· & à δ oculo demittatur perpendicularis $\delta\zeta$· æquales igitur ſunt anguli $\beta\theta\gamma$, & $\delta\theta\zeta$· id enim oſtenſum eſt in primo theoremate Catoptricorum. angulus etiam qui ad

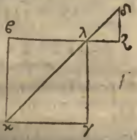


ad γ, æqualis eſt angulo qui ad ζ: ſunt enim ambo recti. Reliquus igitur, qui ad β, reliquo qui ad δ æqualis eſt (per 32. p. primi Element.) Quare triãgulus $\beta\gamma\theta$ ſimilis eſt triãgulo $\delta\theta\zeta$ (per 4. ſexti Element.) Eſt ergo vt $\theta\gamma$ ad $\gamma\beta$, ita $\theta\zeta$ ad $\zeta\delta$. Sed ratio ipſius $\theta\zeta$ ad $\zeta\delta$ data & cognita eſt: Igitur ratio etiam ipſius $\gamma\theta$ ad $\gamma\beta$ innoteſcet. nota autem eſt quantitas ipſius $\gamma\theta$: ergo nota etiam erit quantitas ipſius altitudinis $\gamma\beta$.

THEOREMA 20.

Cognoſcere quanta ſit profunditas quælibet.

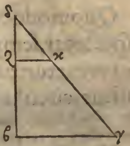
Sit $\beta\kappa$ profunditas, cuius quantitatem cognoſcere oporteat, ponatúrque oculus in δ, à quo procedat radius $\delta\lambda\kappa$, in profundum, & à puncto δ ducatur $\delta\zeta$, quæ ſit parallela ipſi $\beta\kappa$. Cùm igitur in rectas lineas $\beta\kappa$ & $\delta\zeta$ parallelas, recta linea $\delta\kappa$ incidat, alternos angulos $\beta\kappa\lambda$ & $\lambda\delta\zeta$, æquales inter ſe facit (per 29 primi Element.) Sunt verò anguli $\beta\lambda\kappa$ & $\delta\lambda\zeta$, qui circa verticem, inter ſe æquales (per 15. primi Element.) Reliquus igitur angulus ad ζ, reliquo qui ad β æqualis eſt (per 32. primi Element.) Sunt igitur duo triangula æquiãgula $\beta\kappa\lambda$ & $\lambda\delta\zeta$. Quare (per 4. ſexti Element.) erit vt $\zeta\lambda$ ad $\zeta\delta$, ſic $\beta\lambda$ ad $\beta\kappa$. datur autem ratio ipſius $\zeta\lambda$ ad $\zeta\delta$: dabitur ergo ratio ipſius $\lambda\beta$ ad $\beta\kappa$. datur verò quantitas ipſius $\lambda\beta$: ergo etiam dabitur quantitas ipſius $\beta\kappa$ profunditatis.



THEOREMA 21.

Datæ lõgitudinis quantitatẽ cognoſcere.

Sit $\beta\gamma$ longitudo, cuius quantitas cognoſcẽda ſit: ponatúrque oculus in δ, à quo procedant radii $\delta\beta$, $\delta\gamma$: & à puncto ζ ducatur $\zeta\kappa$, quæ parallela ſit ipſi $\beta\gamma$. Eſt igitur vt $\zeta\kappa$ ad $\kappa\delta$, ita $\beta\gamma$ ad $\gamma\delta$ (per 29. primi, & 2 & 4. ſexti Element.) Sed ratio ipſius $\zeta\kappa$ ad $\kappa\delta$ cognoſcitur: ergo etiam ratio ipſius $\beta\gamma$ ad $\gamma\delta$ cognoſcetur Sed ipſius $\gamma\delta$ quantitas cognoſcitur: Quare ipſius etiam $\beta\gamma$ longitudinis quantitas cognoſcetur.



THEOREMA 22.

In eodem plano, in quo eſt oculus, deſcripta circuli circumferentia, videbitur eſſe recta linea.

Sit enim circumferentia $\beta\,\zeta\,\gamma$, oculus autem δ, in eodem plano, in quo eſt $\beta\,\zeta\,\gamma$ circũferẽtia, & ex δ oculo procedãt radii $\delta\,\beta$, $\delta\,\zeta$, $\delta\,\gamma$. Quia ergo nullum aſpectabile ſimul totum cernitur (per primam huius) circumferentia quidem $\beta\,\zeta$ non apparebit, ſed eius extrema puncta β & ζ. Quare circumferentia $\beta\,\zeta$, videbitur eſſe recta linea: eodémque modo circumferentia $\zeta\,\gamma$. Tota igitur $\beta\,\gamma$ circumferentia, lineæ rectæ inſtar videbitur.

ALITER EX PAPPI DE-*monſtrationibus*.

Ab oculo δ poſito in eodem plano, in quo eſt circumferentia $\beta\,\zeta\,\gamma$, procedant radii $\delta\,\beta$, $\delta\,\epsilon$, $\delta\,\theta$, $\delta\,\kappa$, $\delta\,\lambda$, $\delta\,\gamma$. radius autem $\delta\,\zeta$ extenſus producatur vſque ad centrum μ. à quo connectãtur rectæ lineæ $\mu\,\beta$, $\mu\,\epsilon$, $\mu\,\theta$, $\mu\,\kappa$, $\mu\,\lambda$, $\mu\,\gamma$. angulus igitur $\mu\,\delta\,\gamma$, maior eſt angulo $\mu\,\delta\,\lambda$. & angulus $\mu\,\delta\,\lambda$, maior angulo $\mu\,\delta\,\kappa$. Quare $\mu\,\gamma$ maior eſt, quàm $\mu\,\lambda$, & $\mu\,\lambda$ maior, quàm $\mu\,\kappa$, & $\mu\,\kappa$ maior, quàm $\mu\,\zeta$. ob ídque, pũctũ ζ apparet propinquius eſſe ipſi μ centro, quã punctum κ. & idem punctum κ propinquius videtur eidem centro, quàm punctum λ. & λ quàm γ. Igitur circumferentia $\zeta\,\kappa\,\lambda\,\gamma$, recta linea eſſe videtur. Eodémque modo oſtendetur, $\zeta\,\theta\,\epsilon\,\beta$ circumferentiam, rectæ lineæ ſpeciem præ ſe ferre. Quapropter tota circumferentia ad inſtar rectæ lineæ apparebit.

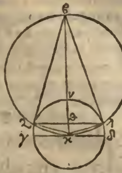
THEOREMA 23.

Quomodocunque ſphæra vnico oculo ſpectetur, ſemper minus hemiſphærio de ea cernetur: ea autẽ ſphæræ pars, quæ cernitur, circulo comprehendi videtur.

Sit enim ſphæra, cuius centrum κ. oculus verò ſit β, & connectatur recta $\beta\,\kappa$, cui per punctum κ ad angulos rectos ducatur $\gamma\,\kappa\,\delta$. & per lineam $\beta\,\kappa$, & $\gamma\,\kappa\,\delta$ ſphærę diametrum, ducatur planũ: faciet igitur in ſphæra circulum. faciat (inquam) ſitque ille

cir-

circulus γ ζ υ λ δ. & circa β κ diametrum, deſcribatur circulus β ζ λ· & connectantur rectæ lineæ κ ζ, κ λ, β ζ, β λ, & λ ζ. Cùm ergo κ ζ β & κ λ β, anguli ſint in ſemicirculis: ſunt igitur recti. (per 31. tertii Element.) Quare β ζ & β λ rectæ lineæ ipſas κ ζ & κ λ eductas ex κ cẽtro, in vnico ſphærę puncto tangent. Radii ergo ex β oculo procedentes, cadẽt ſecundum lineas β ζ, β λ. Quia ergo omnes anguli, qui ſunt circa punctum θ recti ſunt, eò quòd parallela eſt recta ζ θ λ, rectæ γ δ, & æqualis eſt ζ θ ipſi θ λ· ſi igitur manẽte latere θ β, ipſe triangulus θ β ζ, circunducatur quoadusque ad illud pũctũ reſtituatur, vnde circunduci cœperat, fiet vt & β ζ circunducta, ſphæricam ſuperficiem tangat in vnico puncto, nempe in ζ, & circulus deſcribatur per puncta ζ λ. Quare circulo comprehenditur ea ſphærę pars, quæ cernitur: quæ ſanè minor eſt hemiſphærio, quia portio ζ υ λ, minor eſt ſemicirculo. Quod ergo ab oculo cernitur, eſt minus hemiſphærio.



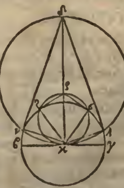
SCHOLIVM.

Quòd autem ſi ſphæra plano ſecetur, communis ſectio ſit circulus, ſumptum quidem eſt tanquam certum in phænomenis, demonſtratum autem in ſphæricis.

THEOREMA 24.

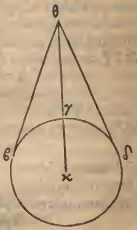
Oculo propiùs ad ſphęram accedente, minùs de ſphæra cernetur, quã oculo procul poſito: plùs tamen cerni exiſtimabitur.

Sit ſphæra, cuius centrum κ, & ab oculo δ ad centrum κ connectatur linea recta δ κ· & per punctum κ ducatur β γ, quæ ſit ad angulos rectos ipſi δ κ· & circa δ κ diametrum, deſcribatur circulus δ υ λ, & ducantur rectæ δ υ, υ κ, δ λ, λ κ. Anguli ergo δ υ κ, & δ λ κ recti ſunt, quia ſunt in ſemicirculis. Quare rectæ δ υ, & δ λ, in vno pũcto ſphæram tangunt: ob ídque radii, qui ex δ oculo procedunt, cadent in ſphæram ſecundùm lineas δ λ, & δ υ. Mutetur iam oculus ex δ puncto in ϱ punctum, & circa lineam



ϱ κ describatur circulus, connectantúrque lineæ ϱ ζ, ζ κ, ϱ σ, σ κ. Lineæ igitur ϱ ζ & ϱ σ, in vno puncto tangunt sphæram γ λ σ ζ υ ϐ. Quare radii etiam ex ϱ oculo procedentes, cadent in sphæram secundùm rectas ϱ ζ, & ϱ σ. Ergo ex angulo quidem ϱ, cernitur ζ σ. ab angulo verò δ, cernitur υ ζ σ λ. Est autem υ ζ σ λ, ea nempe sphærę pars, quę ex δ spectatur, maior quàm ζ σ. & tamen minor apparet, propterea quòd angulus ϱ maior est angulo δ. quę autem sub maiore angulo spectantur, maiora videntur (per 5. postul.) maior igitur apparet sphærę portio ζ σ, quàm υ ζ σ λ, & tamen minor est.

THEOREMA 25.

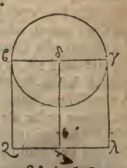


Sphęra eminus spectata, videtur circulus.

Sit enim κ centrum sphæræ, in qua maximus circulus sit ϐ γ δ, ad quem ex θ oculo procedant radii θ ϐ, θ γ, θ δ. Ergo ϐ γ δ circumferentia, videtur esse recta linea. Similiter & circumferentiæ reliquorum circulorum in sphæræ superficie descriptorum, rectæ lineæ videbuntur. Quare tota sphæra procul ab oculo dissita, circulus existimabitur.

THEOREMA 26.

Si sphæræ ambobus oculis conspectæ, diameter æqualis fuerit rectæ lineę, qua oculorum alter ab altero distat, dimidiũ sphæræ cernitur.



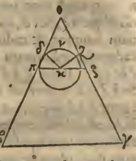
Sit sphæra aliqua, cuius diameter ϐ γ, & à punctis ϐ & γ, excitentur ϐ ζ & γ λ rectæ, quæ sint ad angulos rectos ipsi ϐ γ. & per punctum ζ ducatur ζ λ, quæ sit parallela ipsi ϐ γ. ponatúrque oculorum alter quidem in ζ, alter verò in λ. & ex δ centro, ducatur δ κ, parallela ipsi ϐ ζ. Si ergo manente δ κ latere, parallelogrammum ϐ κ circumagatur, quoadusque in idem punctum restituatur, vnde circumagi cœperat, figura quam describet latus ϐ δ circũactum, erit

erit circulus qui per centrum ſphærę tranſibit: quare dimidia tantùm ſphæræ pars cernetur ex ζ & λ oculis.

THEOREMA 27.

Si oculorum interuallum maius ſit ſphęræ diametro, ſphærę pars quę cernitur, maior hemiſphærio videbitur.

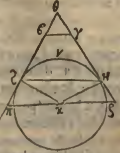
Sit enim ſphæra cuius centrum κ, oculorum verò interuallum $\beta\gamma$ maius ſphæræ diametro $\pi\kappa\varrho$. Per $\beta\gamma$ autem & κ centrum, extendatur planũ, quod faciat in ſphæra circulum $\pi\delta\nu\zeta\varrho$, & ab oculis β & γ, cadant radii $\beta\delta$, $\gamma\zeta$, qui ſphæram ipſam tangant in vno puncto. hi ergo radii in rectum producti alicubi concurrent, cùm $\beta\gamma$ ſit maior quàm ſphæræ diameter $\pi\varrho$. concurrãt ergo in puncto θ. Quia ergo à puncto θ, ad ſphæram $\pi\delta\nu\zeta\varrho$, cadunt lineę $\theta\zeta$, $\theta\delta$, ſphęram in vno puncto tangentes: igitur $\zeta\nu\delta$ minus eſt ſemicirculo. Anguli enim $\theta\zeta\kappa$, & $\theta\delta\kappa$ recti ſunt. Reliquum igitur ſphærę, quod per radios $\beta\delta$ & $\gamma\zeta$ cernitur, maius eſt hemiſphærio.



THEOREMA 28.

Si oculorum interuallum minus ſit ſphęrę diametro, ſphęrę pars quę cernitur, minor eſt hemiſphęrio.

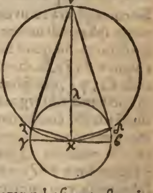
Sit ſphęra cuius centrum κ, oculorum verò interuallum $\beta\gamma$, quod minus ſit quàm ſphærę diameter $\pi\kappa\varrho$. & per $\beta\gamma$, & κ traiiciatur planum, quod in ſphæra faciat circulum $\zeta\nu\eta$, & ex β, γ, oculis, deducantur radii $\beta\zeta$, $\gamma\eta$, qui ſphęram tangant in vno puncto, concurrántque in puncto θ. Concurrent enim, cum inęquales ſint $\beta\gamma$, oculorum interſtitium, & $\pi\varrho$ diameter ſphærę. ergo radii à puncto θ, in ſphęram cadentes, minùs comprehendent quàm dimidiũ ſphæræ. Quahre $\zeta\nu\eta$, minus eſt hemiſphærio, ob ídque ſphæræ pars ea quæ ab oculis β & γ cernitur, minor eſt hemiſphærio.



THEOREMA 29.

Quomodocunque columna vnico oculo cernatur, minus dimidia parte columnę cernetur.

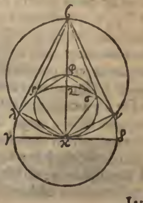
Sit κ centrum circuli, qui basis sit alicuius columnæ, & ab oculo ν, ducatur recta linea ad ipsum κ, quæ sit ν κ. & à puncto κ excitetur γ κ ϐ, quæ sit ad angulos rectos ipsi κ ν. & circa κ ν describatur circulus ζ ν δ, connectantúrque rectæ ν ζ, ζ κ, ν δ, δ κ. recti ergo sunt anguli ν ζ κ, & ν δ κ. ob ídque ν ζ, & ν δ, in vno puncto colũnam tangunt, & radii ab oculo ν delati, cadent in columnam secundum lineas ν ζ & ν δ. Quare ζ λ δ tantùm cernetur. Sed ζ λ δ minor est semicirculo γ λ ϐ. Igitur ζ λ δ apparebit minor semicirculo, id est, minus semper cernetur, quã dimidia columnæ pars. Quod enim de columnæ basi monstrauimus, illud idem de qualibet alia parte columnaris superficiei demonstrabim⁹. Quare minus dimidia parte toti⁹ colũnæ cernitur.



THEOREMA 30.

Pars columnę quæ cernitur oculo ad columnam accedente, minor est quã ea quæ cernitur oculo recedente, maior tamen existimatur.

Sit κ centrum circuli efficientis basim alicuius columnę, & ab oculo ϐ ad cẽtrum κ ducatur ϐ κ, à puncto verò κ excitetur γ κ δ, quæ sit ad angulos rectos ipsi ϐ κ. describatur etiã circulus circa ϐ κ, & cõnectantur rectæ ϐ ν, ν κ, ϐ λ, λ κ. Igitur (per præcedentem propos.) λ ζ ν circumferẽtia est minor semicirculo. & quemadmodum minus quàm dimidium basis, ita etiam minus quàm dimidium colũnæ spectabitur.



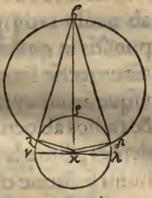
Iam

Iam oculus propiùs admoueatur, sitque ϕ, & circa $\phi\,\kappa$ describatur circulus $\phi\,\rho\,\kappa\,\sigma$, & ducantur lineæ $\phi\,\rho$, $\rho\,\kappa$, $\phi\,\sigma$, $\sigma\,\kappa$. Radii ergo ex ϕ oculo procedentes, ferentur secundùm lineas $\phi\,\rho$, & $\phi\,\sigma$. radii verò ex β deducti, ferentur secũdùm lineas $\beta\,\lambda$, $\beta\,\upsilon$. maior est igitur $\lambda\,\zeta\,\upsilon$ circumferentia, quàm $\rho\,\zeta\,\sigma$ circumferentia. & tamen aspectus existimat maiorẽ esse $\rho\,\zeta\,\sigma$, quàm $\lambda\,\zeta\,\upsilon$, propterea quòd angulus $\rho\,\phi\,\sigma$, maior est angulo $\lambda\,\beta\,\upsilon$. Quare minor colũnæ pars cernetur, quæ tamen aspectui maior videbitur.

THEOREMA 31.

Turbinis circularem basim habentis vno tantùm oculo spectati, minùs dimidia parte cernitur.

Sit turbo aliquis habens pro basi circulum, cuius centrum est κ. & ex β oculo, ad centrum κ cõnectatur $\beta\,\kappa$. à puncto autẽ κ excitetur $\upsilon\,\kappa\,\lambda$, quæ sit ad ãgulos rectos ipsi $\beta\,\kappa$. & circa $\beta\,\kappa$ describatur circulus $\zeta\,\beta\,\delta$, cõiũgãtúrque rectæ $\beta\,\zeta$, $\zeta\,\kappa$, $\beta\,\delta$, $\delta\,\kappa$. anguli igitur $\beta\,\zeta\,\kappa$, & $\beta\,\delta\,\kappa$, cùm sint in semicirculis, recti sunt. Quare in vnico puncto circulum tangent duæ lineæ $\beta\,\zeta$ & $\beta\,\delta$. radii autem ab oculo β in circuli circumferentiam pergentes, cadent secundùm lineas $\beta\,\zeta$ & $\beta\,\delta$. Quod igitur cernetur, erit $\zeta\,\rho\,\delta$, quod minus est quã $\upsilon\,\rho\,\lambda$. Atqui $\upsilon\,\rho\,\lambda$ est semicirculus. ergo $\zeta\,\rho\,\delta$ minus est semicirculo. Quare turbinis pars quam cernit oculus, minor est dimidia parte turbinis. Idem demonstrabimus de reliquis circulis qui in turbinis superficie sunt.

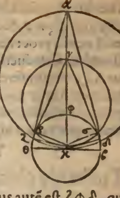


THEOREMA 32.

Oculo per idem planum propiùs ad turbinem accedente, ~~maior~~ minor turbinis pars cernetur, quàm oculo recedente: ~~minor~~ maior tamẽ aspectui apparebit.

Sit basis coni circulus, cuius centrum κ, oculus autem sit α, & ex α ad κ ducatur recta $\alpha\,\kappa$. & à puncto κ excitetur $\theta\,\kappa\,\beta$, quæ sit

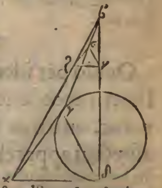
ad



ad angulos rectos ipsi $\alpha\kappa$, describatur autem circulus circa ipsam $\alpha\kappa$, connectantúrque $\alpha\zeta$, $\zeta\kappa$, $\alpha\delta$, $\delta\kappa$. Mutetur autem oculus ex α puncto in punctum ν & circa rectam $\kappa\nu$, describatur circulus, cónectantúrque rectæ $\nu\rho$, $\rho\kappa$, $\nu\sigma$, $\sigma\kappa$. Ergo radii ex α oculo pergentes, cadent secundùm lineas $\alpha\zeta$, & $\alpha\delta$. Quare ex puncto α, cernetur $\zeta\phi\delta$. eadé ratione radii procedétes ex ν, oculo, cadent in circuli circumferentiam secundum lineas $\nu\rho$, & $\nu\sigma$ igitur ex ν puncto, cernetur $\rho\phi\sigma$. maius auté est $\zeta\phi\delta$, quàm $\rho\phi\sigma$, apparet tamen minus, propterea quòd angulus $\rho\nu\sigma$, maior est angulo $\zeta\alpha\delta$.

THEOREMA 33.

Si ad turbinis circularẽ basin ducantur ab oculo radij ipsam basin tangentes, & à punctis in quibus radij tangunt basin ducãtur rectæ lineæ per turbinis superficiem vsque ad eius verticem : per eas verò lineas & radios ab oculo ad basin turbinis procedentes, duo plana educantur, in quorũ cõmuni sectione oculus collocetur, turbinis pars spectata æqualis perpetuò videbitur.



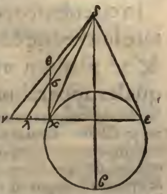
Esto enim turbo cuius basis sit $\gamma\delta$ circulus, vertex autem sit punctum ε, oculus verò sit κ, à quo procedant radii $\kappa\delta$ & $\kappa\gamma$, qui tangant ipsum $\gamma\delta$ circulum, in punctis γ & δ, à quibus ad ε verticẽ turbinis, ducantur rectæ lineæ, $\delta\varepsilon$ & $\gamma\varepsilon$. educãtur autem duo plana, alterũ quidẽ per lineã $\varepsilon\gamma$ & radiũ $\gamma\kappa$. alterũ autẽ eodẽ modo per lineã $\delta\varepsilon$, & radiũ $\delta\kappa$. cõcurrent igitur hæc duo plana, propterea quòd rectæ lineæ $\gamma\varepsilon$ & $\delta\varepsilon$ concurrunt & radii $\kappa\gamma$ & $\kappa\delta$ etiam concur-

concurrunt. Concurrant igitur, ſéque mutuò ſecent duo illa plana, ſitque eorum communis ſectio, linea β κ. Iam fore aſſero vt ab oculo in quolibet puncto lineæ β κ collocato, eadem turbinis portio cernatur. Sumatur enim in linea β κ, aliquod punctũm, quod ſit ζ, in quo ſit oculus, & per punctum ζ ducatur recta linea ζ ν quæ ſit parallela ipſi κ δ. ipſi autem κ γ, parallela ducatur ζ σ. Igitur rectæ lineæ ζ ν & ζ σ tangunt turbinis ſuperficiem in punctis σ & ν. Sectiones enim circulorum parallelorum in turbinis ſuperficie β γ δ, ſimiles ſunt. Interualla igitur quæ cernuntur in β γ δ ſuperficie turbinis, æqualia apparent. Cùm enim angulus σ ζ ν, quem comprehendunt radii ζ σ & ζ ν, æqualis ſit ipſi γ κ δ angulo, quem comprehendunt radii κ γ & κ δ: Igitur ſuperficiei turbinis ĩteruallũ σ ν, æquale apparebit interuallo γ δ. Quocirca vbi vbi ponatur oculus in recta κ β, ſemper ſpectata turbinis portio æqualis apparebit.

THEOREMA 34.

Oculo moto per lineam æquidiſtantem ſuperficiei turbinis, ſi in ſublime attollatur oculus, turbinis portio quæ cernitur, minor apparet: ſi verò oculus deprimatur, maior.

Sit turbinis vertex in puncto δ, baſis autem eiuſdem turbinis ſit circulus κ β ε, & ducatur κ θ, parallela ipſi β δ, collocetúrque oculus in θ. aio turbinis ſpectatam portionem minorem apparere oculo poſito in puncto θ, quàm in puncto σ. Cõnectantur enim à puncto δ, ad puncta θ & σ, rectæ lineæ δ θ, δ σ, & producãtur uſque ad puncta ν & λ. Igitur portiones turbinis quæ cernũtur, inæquales apparent, ſi oculus conſtituatur nũc in ν, nunc in λ. & minor quidem turbinis portio apparet ex ν maior autẽ ex λ. (propterea quòd angulus δ ν κ, minor eſt angulo δ λ κ) portio autẽ turbinis quæ cernitur ex ν, æqualis eſt ei quæ cernitur ex θ. & portio quæ cernitur ex λ, æqualis eſt ei quę cernitur ex σ, vt in præcedenti theoremate oſtenſum eſt. Quare oculus poſitus in puncto



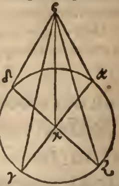
E θ,

θ, minorém turbinis portionem se videre existimat, quàm cùm collocatur in puncto σ.

THEOREMA 35.

In circulo si à centro excitetur linea recta ad angulos rectos plano ipsius circuli, oculúsque in ea linea constituatur, dimetientes circuli æquales apparebunt.

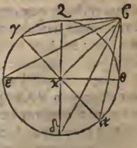
Sit enim circulus cuius centrum κ, & à puncto κ erigatur recta linea κ β, quæ angulos rectos faciat cum circuli plano, ponatúrque oculus in puncto β, & ducantur diametri γ α, δ ζ. dico diametrum γ α, æqualem videri diametro δ ζ. Ducantur enim rectæ lineæ β α, β ζ, β γ, β δ. duæ igitur rectæ β κ & κ ζ, duabus β κ & κ γ, sunt æquales, altera alteri, & angulus β κ γ, angulo β κ ζ est æqualis: quare basis β ζ, æqualis est basi β γ. eademque ratione β δ æqualis est ipsi β α. Duæ igitur rectæ δ β & β ζ, duabus rectis γ β, & β α sunt æquales. & δ ζ æqualis est ipsi γ α. angulus igitur δ β ζ, æqualis est angulo γ β α. Sed quæ sub æqualibus angulis spectantur, æqualia apparent (per 7. postula.) æqualis igitur apparet γ α dimetiens, ipsi δ ζ dimetienti.



THEOREMA 36.

In circulo, si oculus collocetur in summitate lineæ quę & semidiametro ęqualis est, & ad planum inclinatur, dimetientes æquales apparebunt.

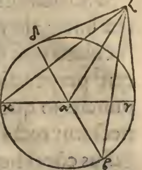
Sit circulus cuius centrum κ, & ex κ centro in sublime ducatur κ β, quæ non faciat angulos rectos cum plano circuli, sítque æqualis semidiametro ipsius circuli, & à puncto β, in quo est oculus, ducantur lineę (ut in pręcedente prop. factum est) β δ, β ζ, β γ, β α. Cùm igitur ęquales inter se sint δ κ, κ β, κ ζ, rectus erit ãgulus ζ β δ.



eadém

eadémque ratione rectus etiam erit ãgulus $\alpha\beta\gamma$, ob idque ęquales inter se sunt hi duo anguli. Quę autem ab æqualibus angulis spectantur, ęqualia apparent. ęqualis ergo apparet $\delta\zeta$ dimetiens, ipsi $\alpha\gamma$ dimetienti.

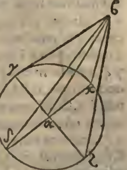
Sed sit alius circulus cuius centrum α, à quo in sublime ducta $\alpha\zeta$, neque æqualis sit semidiametro, neque ad planũ circuli ãgulos rectos faciat, sed angulos $\delta\alpha\zeta$, $\zeta\alpha\gamma$, & $\kappa\alpha\zeta$, $\zeta\alpha\beta$ ęquales faciat. dico hoc etiam modo fore vt diametri ęquales appareant oculo in ζ constituto. Quia enim ęqualis est $\delta\alpha$, ipsi $\alpha\gamma$, ipsa verò $\alpha\zeta$, vtrique earum communis est, & ęquales ãgulos cum eis facit, ergo basis $\delta\zeta$ ęqualis est basi $\zeta\gamma$, & angulus $\delta\zeta\alpha$, angulo $\alpha\zeta\gamma$. eodem modo ostendemus angulum $\kappa\zeta\alpha$, ęqualem esse angulo $\alpha\zeta\beta$. Quare totus $\delta\zeta\beta$ angulus, toti $\kappa\zeta\gamma$ angulo est ęqualis, ob idque dimetientes $\delta\beta$ & $\kappa\gamma$, ęquales apparebunt, cùm radius qui ab oculo tẽdit in centrum circuli, ęquales angulos facit cum diametris, siue radius ille rectus sit ad planum circuli, siue non.



THEOREMA 37.

In circulo, si radius ab oculo in centrum tendẽs, neque rectus sit ad planum circuli, neque ęqualis semidiametro, nec angulos ęquales contineat cum semidiametris, sed maior sit vel minor semidiametro, dimetientes inęquales apparebũt.

Sit circulus cuius centrum α, & ab oculo β, ad circuli centrum α, ducatur recta $\beta\alpha$, quæ neque rectos angulos faciat cum plano circuli, neque æqualis sit semidiametro circuli, nec æquales angulos contineat cum semidiametris: Assero fore vt ipsius circuli dimetientes inæquales appareant. ducatur enim $\gamma\zeta$ dimetiens ad angulos rectos ipsi $\alpha\beta$ ducatur item $\delta\kappa$, quę inæquales faciat angulos cum linea $\alpha\beta$. & connectantur rectæ



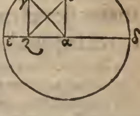
$\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\beta\kappa$, $\beta\zeta$. Sitque primò $\beta\alpha$ maior semidiametro $\alpha\kappa$. maior igitur est angulus $\gamma\beta\zeta$, ãgulo $\kappa\beta\delta$. (vt in theorematis demõstratur.) Quæ autem secundũ maiorem ãgulum spectantur, maiora apparent: igitur dimetiẽs $\gamma\zeta$ maior apparet dimetiente $\delta\kappa$. Quòd si $\beta\alpha$ minor sit quàm $\alpha\kappa$, maior apparebit $\delta\kappa$ quàm $\gamma\zeta$.

AD HORVM DEMONSTRATIONEM,

præcognita esse oportet quæ sequuntur.

Si ab oculo in aëre posito cadant duæ rectæ lineæ, altera ad cẽtrũ circuli, quæ perpẽdicularis non sit plano circuli, altera verò quę perpendicularis sit circuli plano: & à puncto in quod cadit perpẽdicularis, connectatur recta linea ad centrum circuli: angulus cõprehensus sub hac linea, & eâ quæ à centro ad oculũ ducta est, minimus est õniũ angulorũ contentorũ sub linea ab oculo ad cẽtrũ ducta, & lineis per cẽtrũ ductis.

Sit circulus cuius centrum α, oculus verò sit β à quo perpendicularis ducta in planum circuli, cadat non in α centrum, sed extra centrum in γ nempe, sitque $\beta\gamma$. & à puncto γ in punctum α connectatur recta $\gamma\alpha$. item ex puncto α in punctum β ducatur $\alpha\beta$. Dico angulorum omnium qui fieri possunt ex cõcursu lineæ $\beta\alpha$, cum alia qualibet linea transeũte per punctum α, minimum esse angulum $\gamma\alpha\beta$. ducatur enim per punctum α, recta linea $\delta\alpha\epsilon$. & à puncto γ in $\delta\epsilon$ ducatur perpendicularis $\gamma\zeta$, quæ sit in eodẽ plano, in quo $\delta\epsilon$: cõnectatúrque recta $\beta\zeta$. Igitur $\beta\zeta$ perpendicularis est in linea $\delta\epsilon$. Cùm ergo angulus $\gamma\zeta\alpha$ rectus sit, angulus igitur $\alpha\gamma\zeta$ minor est recto. maius ergo est latus $\alpha\gamma$, latere $\alpha\zeta$. Quare $\beta\alpha$ ad $\alpha\zeta$, maiorem rationem habebit, quàm ad $\alpha\gamma$. Sed duo anguli $\alpha\gamma\beta$, & $\beta\zeta\alpha$ recti sunt, & $\gamma\alpha$, $\alpha\zeta$ rectæ lineæ inæquales sunt. Ergo reliquus angulus $\zeta\alpha\beta$, reliquo angulo $\gamma\alpha\beta$ est maior. Eodem



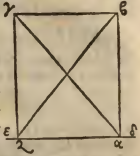
modo

modo ostendemus omnium angulorum, qui fiunt ex concursu lineæ $\alpha\beta$, cum lineis traiectis per punctum α, minimum esse angulum $\gamma\alpha\beta$.

LEMMA PRIMVM.

Quòd autem recta $\zeta\beta$, ad angulos rectos sit ipsi $\delta\varepsilon$, ostendemus hoc modo.

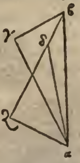
Quia enim $\beta\gamma$ rectos angulos facit ad planum circuli: ergo plana omnia traiecta per lineã $\beta\gamma$, angulos rectos faciunt cũ plano circuli. Sed triangulus $\beta\gamma\zeta$, est vnum de planis traiectis per lineam $\beta\gamma$: ergo triangulus $\beta\gamma\zeta$ ad angulos rectos insistit plano circuli. Cùm ergo duo plana, planum nempe circuli $\varepsilon\delta$, & planum trianguli $\beta\gamma\zeta$, se mutuò secent, & ad ipsorum communẽ sectionem (quæ est $\gamma\zeta$) ipsa $\delta\varepsilon$ angulos rectos faciat, in plano circuli (ducta enim est $\gamma\zeta$ perpendicularis in ipsam $\varepsilon\delta$) Igitur $\varepsilon\delta$ angulos rectos facit cum plano ipsius trianguli $\beta\gamma\zeta$. quare ad omnes lineas à quibus tangitur, positas in eodem plano triãguli $\gamma\zeta\beta$, angulos rectos facit. ideòque $\delta\varepsilon$ ad ipsam $\zeta\beta$ angulos rectos facit. Conuersim igitur $\zeta\beta$ est ad angulos rectos ipsi $\delta\varepsilon$ diametro circuli.



LEMMA SECVNDVM.

Præterea ostendemus angulum $\zeta\alpha\beta$, maiorem esse angulo $\gamma\alpha\beta$.

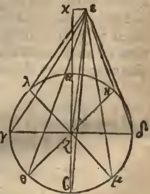
Sint duo triangula $\beta\gamma\alpha$, & $\beta\zeta\alpha$, qui rectos habeant angulos positos ad γ & ζ. habeat autem $\beta\alpha$, maiorem rationem ad $\zeta\alpha$, quàm ad $\gamma\alpha$. dico angulum $\zeta\alpha\beta$, maiorem esse angulo $\gamma\alpha\beta$. Cùm enim $\beta\alpha$ ad $\zeta\alpha$ maiorem rationem habeat quàm ad $\gamma\alpha$: Conuersim igitur $\zeta\alpha$ ad $\alpha\beta$, minorem rationem habet, quàm $\gamma\alpha$ ad $\alpha\beta$. Quare $\gamma\alpha$ ad $\alpha\beta$, maiorem rationem habet, quàm $\zeta\alpha$ ad $\alpha\beta$. Fiat ergo vt $\gamma\alpha$ ad $\alpha\beta$, ita $\zeta\alpha$, ad lineam $\alpha\delta$, quę minor sit quàm $\alpha\beta$. Æquiangula ergo sunt triangula $\beta\gamma\alpha$, & $\delta\zeta\alpha$. Quare angulus $\gamma\alpha\beta$ æqualis est angulo $\zeta\alpha\delta$. ideòque angulus $\zeta\alpha\beta$, maior est angulo $\gamma\alpha\beta$. Ex his igitur ostendemus propositionẽ sequentem.



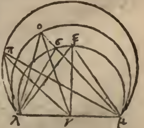
THEOREMA 38.

In circulo, si radius ab oculo in centrum tendens, & inæquales angulos comprehendens, cum diuersis diametris, non sit rectus ad planum circuli, sed sit maior semidiametro, dimetientes inæquales apparebunt: & ea maior videbitur, ad quam radius ab oculo ad centrũ tẽdens, est perpẽdicularis.

Sit iam circulus $\alpha\beta\gamma\delta$, ducantúrque duæ dimetiẽtes $\alpha\beta$ & $\gamma\delta$, se mutuò secantes ad angulos rectos: Sit verò oculus ϵ, à quo ad centrum ζ, connexa recta linea $\epsilon\zeta$ faciat rectos quidem angulos cum $\gamma\delta$, quaslibet autem cum ipsa $\alpha\beta$. Sit autem ipsa $\epsilon\zeta$ maior semidiametro circuli. Quia ergo $\gamma\delta$, ad angulos rectos est vtrique ipsarum $\alpha\beta$, & $\epsilon\zeta$: õnia igitur plana traiecta per lineam $\gamma\delta$, ad angulos rectos erunt plano traiecto per lineas $\epsilon\zeta$ & $\alpha\beta$. Igitur ex ϵ puncto, ad planum subiectum ducatur perpendicularis: Cadet ergo in communem ipsorum planorum sectionẽ, quæ est $\alpha\beta$. Cadat ergo, sitque $\epsilon\kappa$, ducatúrque diameter $\kappa\theta$. Sumatúrque linea $\lambda\mu$, æqualis diametro circuli, quæ bifariàm secetur in puncto ν: à quo excitetur linea sublimis $\nu\xi$, quæ sit ad angulos rectos ipsi $\lambda\mu$. Sit verò linea $\nu\xi$ æqualis ipsi $\epsilon\zeta$. descripta igitur sectio circuli transiens per puncta $\lambda\xi\mu$, maior est semicirculo, propterea quod linea $\nu\xi$, maior est vtrâuis duarum linearũ $\lambda\nu$, & $\mu\nu$.



Sit ergo ea circuli sectio $\lambda\xi\mu$, & connectantur lineæ $\xi\lambda$, $\xi\mu$. angulus ergo in puncto ξ positus, qui sub lineis $\lambda\xi$, & $\mu\xi$ continetur, æqualis est angulo posito in puncto ϵ, qui continetur sub lineis connexis à puncto ϵ ad puncta γ & δ, id est, angulo $\gamma\epsilon\delta$. Rursum angulo contento sub $\epsilon\zeta$, & $\zeta\kappa$, id est, angulo $\epsilon\zeta\kappa$, æqualis constituatur ad punctum ν, angulus $\lambda\nu o$, contentus

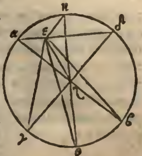


sub

ſub lineis $\lambda\,\upsilon$,& $\upsilon\,o$. Sumatur ergo $\upsilon\,o$,æqualis ipſi $\varepsilon\,\zeta$,connectátúrque rectæ $\lambda\,o$ & $\mu\,o$.& circa triangulum $\lambda\,o\,\mu$, deſcribatur circuli ſectio $\lambda\,o\,\mu$. Angulus igitur poſitus in puncto o, contentus ſub lineis $\lambda\,o$,$o\,\mu$,æqualis erit angulo $\kappa\,\varepsilon\,\theta$. Rurſum ad punctum υ,ponatur angulus $\lambda\,\upsilon\,\pi$,æqualis angulo $\varepsilon\,\zeta\,\alpha$, ſecetúrque $\upsilon\,\pi$ æqualis ipſi $\varepsilon\,\zeta$,& connectantur rectæ $\lambda\,\pi$ & $\pi\,\mu$. & circa triangulum $\lambda\,\pi\,\mu$,deſcribatur circuli ſectio $\lambda\,\pi\,\mu$. Erit ergo angulus $\lambda\,\pi\,\mu$ æqualis angulo $\alpha\,\varepsilon\,\beta$ contento ſub rectis lineis $\alpha\,\varepsilon$ & $\varepsilon\,\beta$. Quia ergo angulus $\lambda\,\xi\,\mu$,maior eſt angulo $\lambda\,o\,\mu$ (angulus enim $\lambda\,\xi\,\mu$, æqualis eſt angulo $\lambda\,\sigma\,\mu$, eò quòd ambo ſunt in eodem circuli ſegmento)angulus autem $\lambda\,\sigma\,\mu$,maior eſt angulo $\lambda\,o\,\mu$(eſt enim exterior ãgul⁹ triãguli $\lambda\,o\,\mu$)angul⁹ igitur $\lambda\,\xi\,\mu$, maior eſt ãgulo $\lambda\,o\,\mu$. Angul⁹ verò $\lambda\,\xi\,\mu$,æqualis eſt ãgulo $\gamma\,\varepsilon\,\delta$,& ãgulus $\lambda\,o\,\mu$,æqualis eſt ipſi $\kappa\,\varepsilon\,\theta$· maior igitur eſt angulus $\gamma\,\varepsilon\,\delta$, angulo $\kappa\,\varepsilon\,\theta$, ob ídque diameter $\gamma\,\delta$,apparebit maior diametro $\kappa\,\theta$. Rurſũ angulus $\lambda\,o\,\mu$,ęqualis eſt ãgulo $\kappa\,\varepsilon\,\theta$· ãgul⁹ autẽ $\lambda\,\pi\,\mu$,ãgulo $\alpha\,\varepsilon\,\beta$,maior verò eſt ãgul⁹ $\lambda\,o\,\mu$,ãgulo $\lambda\,\pi\,\mu$. Quare $\kappa\,\theta$ diameter maior apparebit diametro $\alpha\,\beta$.

THEOREMA 39.

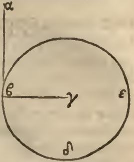
Quòd ſi ab oculo ad centrum connexa recta linea, non fuerit maior ſemidiametro,ſed minor, contrarium diametris eueniet: quæ enim antea maior videbatur,nũc minor apparebit:& quæ minor,maior.



Sit circulus $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta$, in quo ducantur duæ diametri ſe mutuò ſecantes ad angulos rectos, quæ ſint $\alpha\,\beta$, & $\gamma\,\delta$· & alia præterea diameter $\kappa\,\theta$. Sit verò oculus ε, à quo ad centrum cõnexa recta linea $\varepsilon\,\zeta$, minor ſit ſemidiametro,faciatque rectos angulos cũ $\gamma\,\delta$ diametro. Ponatur iã $\lambda\,\mu$ recta æqualis diametro circuli, ſeceturque bifariã in puncto υ,& à pũcto υ erigatur ad ãgulos rectos lineç $\upsilon\,\xi$,quæ ſit æqualis lineç $\varepsilon\,\zeta$.& circa puncta λ,ξ,μ, deſcribatur circuli ſectio $\lambda\,\xi\,\mu$.Erit igitur hęc ſectio minor ſemicirculo,quandoquidẽ $\upsilon\,\xi$,minor eſt ſemidiametro. Sit ergo ea ſectio $\lambda\,\xi\,\mu$,& connectãtur rectæ $\xi\,\lambda$,$\xi\,\mu$.angulus igitur in puncto ξ poſitus,qui continetur ſub lineis $\lambda\,\xi$ & $\xi\,\mu$,æqualis eſt ãgulo poſito in pũcto ε,qui cõtinetur

quam circa circuli centrum ſeſe verſet ſpectata magnitudo, ea ſemper æqualis apparebit.

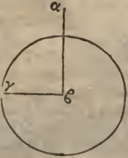
Sit ſpectatá magnitudo αϐ, ſublimior ſubiecto plano, cui ad angulos rectos inſiſtat: oculus autem ſit γ, & connectatur recta γϐ. & centro γ, interuallo autem γϐ, deſcribatur circulus ϐδε: fore aſſero, vt ſi magnitudo αϐ, vectetur in circuli circunferentia, æqualis perpetuò appareat ipſi γ oculo. Quia enim αϐ magnitudo recta eſt ad planum, facit ergo ãgulũ rectũm cum linea ϐγ iacente in plano circuli. Quare omnes lineæ quę à centro γ, in ipſam αϐ magnitudinem incidẽt, angulos inter ſe æquales facient: ob ídque ſpectata magnitudo eiuſdem quantitatis perpetuò apparebit. Eodẽ modo ſi ex centro γ ſublimis ducatur recta linea, quæ parallela ſit ſpectatæ magnitudini, & in eius culmine ſtatuatur oculus, magnitudo vectata in circuli circunferentia, perpetuò ſibi ipſi æqualis apparebit.



THEOREMA 42.

Si ſpectata magnitudo recta ſit ad ſubiectum planum, oculus autem vectetur in circunferentia circuli, cuius centrum ſit punctũ illud, in quo erecta magnitudo tangit planum, ſpectata magnitudo ſemper æqualis apparebit.

Eſto ſpectata magnitudo αϐ, quæ & ſublimis ſit, & angulos rectos faciat ad ſubiectum planum: oculus verò ſit γ & centro ϐ, interuallo autem ϐγ, deſcribatur circulus γδ. Fore aſſero, vt ſi γ oculus in circunferentia vectetur, ipſa αϐ magnitudo æqualis perpetuò appareat. Id autem hinc perſpicuũ eſt: Omnes enim radii ex centro γ, ad αϐ magnitudinem tendẽtes, ad ęquales angulos tendũt,

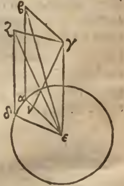


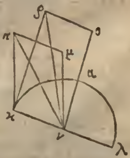
propter angulum in puncto β positum, qui rectus est. quare spectata magnitudo sibi ipsi æqualis perpetuò apparebit.

THEOREMA 43.

Si oculo posito in centro circuli, magnitudo quæ ad circuli planum recta non sit, in circuli circumferentia vectetur, semper inæqualis apparebit.

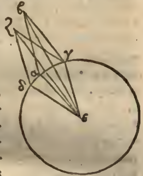
Sit circulus $\delta\alpha$, in cuius circumferentia sumatur punctum δ, à quo sublimis erigatur recta linea $\delta\zeta$, quæ ad circuli planum ad angulos rectos non sit, ponatúrque oculus in ϵ centro. Fore dico vt si $\delta\zeta$ in circuli circumferentia transponatur, nunc maior nūc minor appareat. Ipsa $\delta\zeta$, aut maior est semidiametro, aut æqualis, aut minor. Sit primò maior semidiametro, ducatúrque ex ϵ centro recta linea $\epsilon\gamma$, quæ parallela sit & æqualis ipsi $\delta\zeta$. & à puncto γ in subiectum planum ducatur perpendicularis $\gamma\nu$, quæ planum tangat in puncto ν, connectatúrque recta $\epsilon\nu$, quę producatur & ad circumferentiā applicet in puncto α, & ex α puncto ducatur $\alpha\beta$ parallela ipsi $\epsilon\gamma$. Sit autem $\alpha\beta$ æqualis ipsi $\delta\zeta$. dico omnium rectarum linearum in circuli circumferentia circumlatarum minimam apparere ipsam $\alpha\beta$. connectantur enim rectæ $\gamma\zeta$, $\epsilon\zeta$, $\beta\gamma$, $\epsilon\beta$. Habemus iam in theoremate quod appositum est theoremati tricesimo septimo, omnium linearum traiectarum per punctum ϵ, & angulos facientium cum linea $\epsilon\gamma$, lineas $\gamma\epsilon$, & $\epsilon\alpha$, minimum angulum continere, qui est $\gamma\epsilon\alpha$. Cùm ergo $\gamma\epsilon$ parallela sit & æqualis ipsi $\alpha\beta$. igitur $\epsilon\alpha$, ipsi $\gamma\beta$, æqualis & parallela est. Parallelogrammum ergo est $\epsilon\beta$. eadémque ratione parallelogrammum etiam est $\zeta\epsilon$: Quia verò demōstrandum est $\alpha\beta$ minorem esse quàm $\delta\zeta$, non dubium est quin priùs demonstrandum sit, angulum $\beta\epsilon\alpha$, minorem esse angulo $\zeta\epsilon\delta$. quod hoc modo fiet. Cùm enī demonstratum sit omnium linearum traiectarum per punctum ϵ, & facientium



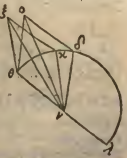


angu-

angulos cum linea γ ε, lineas γ ε & ε α, minimum omnium angulum continere, qui est γ ε α. Ergo angulus γ ε α, minor est angulo γ ε δ. Ponatur iam κ α λ sectio circuli æqualis semicirculo, sumatúrque eius centrum ν, & ponatur angulus κ ν μ, æqualis angulo γ ε α. angulus autem κ ν ο, angulo γ ε δ, sitque vtraque ipsarum μ ν, & ο ν, æqualis ipsi ζ δ. & per punctum μ, ducatur recta μ π, æqualis & parallela ipsi κ ν, connectatúrque recta π κ. Parallelogrammum ergo est ν π, æquale & simile ipsi ϐ ε parallelogrãmo. Rursum per punctum ο, ducatur recta ο ρ, æqualis & parallela ipsi κ ν, connectatúrque recta ρ κ. Igitur parallelogrammum ρ ν, æquale & simile est parallelogrammo ζ ε. ducantur iam diametri ab angulo in angulum, π ν & ρ ν. Ergo angulus κ ν π, minor est angulo κ ν ρ. Est autem angulus κ ν π ęqualis angulo α ε ϐ. angulus autem κ ν ρ, æqualis angulo δ ε ζ. minor ergo est angulus α ε ϐ, angulo δ ε ζ. quare magnitudo α ϐ, apparebit minor magnitudine δ ζ. Eodem modo ostendemus ϐ α minorem esse quã ζ δ, si ipsa ζ δ ponatur æqualis vel minor semidiametro.

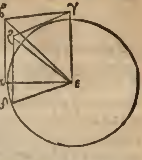


Enimuerò sit δ ζ æqualis semidiametro, cõstruãturq; reliqua omnia vt in pręcedenti figura factum est. ponatur item semicirculus θ δ λ, qui æqualis sit semicirculo pręcedentis circuli: Sumatur centrum semicirculi quod sit ν. Quia ergo δ ζ æqualis posita est semidiametro circuli: igitur δ ζ æqualis est ipsi θ ν. Ponatur angulus θ ν κ æqualis angulo, γ ε α, ducatúrque κ ξ parallela & æqualis ipsi θ ν, connectatúrque recta ξ θ. ponatur etiam angulus θ ν δ æqualis angulo γ ε δ. ducatur autem δ ο, æqualis & parallela ipsi θ ν, ducatúrque recta ο θ. parallelogramma ergo sunt θ δ, & θ κ, similia ęqualiaqúe parallelogrammis ε ζ & ε ϐ. quare angulus quidẽ θ ν δ, æqualis est γ ε δ angulo: angulus autem θ ν κ, æqualis est angulo γ ε α. minor autem est angulus γ ε α, angulo γ ε δ. minor est igitur θ ν κ angulus, angulo θ ν δ. Connectantur parallelogrammorũ dimetientes ξ ν, & ο ν. minor igitur est θ ν ξ angulus, angulo θ ν ο. æqualis autem est angulus quidem θ ν ξ, angulo α ε ϐ. angulus verò θ ν ο angulo δ ε ζ. minor igitur est α ε ϐ angulus, angulo δ ε ζ.



quare magnitudo $\alpha\beta$ apparebit minor magnitudine $\delta\zeta$, quod demonstrandum erat.

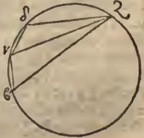
Sed enim sit $\delta\zeta$ minor semidiametro circuli, reliqua verò construātur vt ātea: ponatúrq; $\theta\mu$ sectio æqualis semicirculo, sumaturque circuli centrū ν, & ex $\theta\nu$ secetur $\nu\xi$ æqualis ipsi $\delta\zeta$. constituatúrque angulus $\theta\nu\kappa$, æqualis angulo $\gamma\epsilon\alpha$. angulus autem $\theta\nu\lambda$, æqualis angulo $\gamma\epsilon\delta$, sitque vtraque ipsarum $\nu\kappa$, $\nu\lambda$, sigillatim æqualis ipsi $\delta\zeta$. & per punctum κ ducatur κo, parallela & æqualis ipsi $\nu\xi$, connectatúrque $o\xi$. per punctum autem λ ducatur $\lambda\pi$ parallela ipsi $\xi\nu$, & connectatur recta $\pi\xi$. duo igitur parallelogramma sunt $\xi\kappa$, & $\xi\lambda$, quorum $\xi\kappa$ quidem æquale ac simile est ipsi $\epsilon\beta$ porallelogrāmo: ipsum autem $\xi\lambda$ parallelogrammum æquale item & simile est parallelogrammo $\epsilon\zeta$. Quare angulus $\theta\nu\kappa$ æqualis est angulo $\gamma\epsilon\alpha$ angulus autem $\theta\nu\lambda$ æqualis est āgulo $\gamma\epsilon\delta$. maior ergo est $\gamma\epsilon\delta$ angulo $\gamma\epsilon\alpha$. maior itaque $\theta\nu\lambda$ angulus, angulo $\theta\nu\kappa$. connectantur parallelogrammorum dimetientes νo, $\nu\pi$. igitur angulus $\xi\nu o$, minor est angulo $\xi\nu\pi$. Est autem angulus quidem $\xi\nu o$ æqualis angulo $\alpha\epsilon\beta$, angulus autem $\xi\nu\pi$, æqualis angulo $\delta\epsilon\zeta$. minor ergo est angulus $\alpha\epsilon\beta$, angulo $\delta\epsilon\zeta$. Cernitur autem magnitudo quidē $\alpha\beta$ ex angulo $\alpha\epsilon\beta$. magnitudo verò $\delta\zeta$, ex angulo $\delta\epsilon\zeta$. minor itaque apparebit magnitudo $\alpha\beta$, magnitudine $\delta\zeta$, quod monstrari debuit.



THEOREMA 44.

Est aliquis locus, vbi manente oculo, res spectata è loco in locum mutata, æqualis semper apparet.

Sit spectata magnitudo $\beta\gamma$, oculus autem ζ. à quo procedant radii $\zeta\beta$, $\zeta\gamma$, efficiētes triangulum $\zeta\beta\gamma$, circa quem describatur circul⁹ $\beta\gamma\delta\zeta$. dico magnitudinē $\beta\gamma$, trāslatam in quemlibet locum circunferētię circuli, eiusdem quātitatis semper apparere. transferatur enim $\beta\gamma$ magnitudo, in $\gamma\delta$,

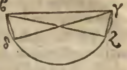


δ, & connectatur recta δ ζ. æqualis igitur eſt circunferentia ϐ γ, circunferentiæ γ δ. ob idque æqualis eſt angulus γ ζ ϐ, angulo γ ζ δ. quæ autem ſub æqualibus angulis cernũtur, æqualia apparent, æqualis ergo apparet γ ϐ, ipſi γ δ.

THEOREMA 45.

Eſt aliquis locus, vbi aſpectabili manente, oculo verò tranſlato, aſpectabile ſemper æquale apparet.

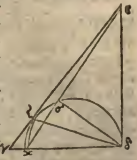
Sit enim ſpectata magnitudo ϐ γ, oculus autem ζ, à quo procedant radii ζ ϐ, ζ γ: & ϐ circa triangulum ϐ ζ γ, deſcribatur circuli ſectio ϐ δ ζ γ, transferatúrque oculus à pũcto ζ, in punctum δ, ex quo ducantur radii δ ϐ, δ γ. æqualis igitur eſt angulus γ δ ϐ, angulo ϐ ζ γ, cùm ſint in eodem ſegmento circuli. Quæ autem ſub æqualibus angulis conſpiciuntur æqualia apparent: Quare magnitudo ϐ γ, eiuſdẽ quantitatis perpetuò apparebit oculo per γ ζ δ ϐ circũferentiam vectato.



THEOREMA 46.

Eſt aliquis locus, ad quem ſi oculus tranſferatur, rem aſpectabilem immotam, nunc maiorem nunc minorem exiſtimabit.

Sit ſpectata magnitudo κ δ, recta verò linea ϐ γ, quæ concurrat cum recta δ κ prodnctâ in rectum & longum ad punctum γ. & ſumatur ipſarum δ γ, & γ κ, media proportionalis γ ζ, (per 16. tertii Elemen.) & connectantur rectę ζ κ, ζ δ. deinde circa datã rectam lineam κ δ, deſcribatur ſectio circuli, quæ capiat angulum acutum κ ζ δ (per 33. tertii Ele.) Igitur recta ϐ ζ γ tãget ſectionis circũferentiã (per 37. tertii Element.) cùm δ γ ſe habeat ad γ ζ, vt γ ζ ad γ κ. Ponatur ergo oculus in puncto ϐ, à quo ducãtur radii ϐ δ, ϐ κ, & cõnectatur recta σ δ. Æqualis igitur eſt angulus κ ζ δ, angulo κ σ δ (per 21. tertii Ele.) cùm ſint in eodem ſegmento. Eſt autem angulus κ σ δ, maior ãgulo κ ϐ δ, (per 16. primi Element.) Quare angulus etiam κ ζ δ, angulo κ ϐ δ maior eſt. oculo igitur ſpectanti è puncto ζ, maior

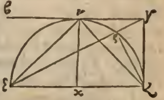


apparebit magnitudo κ δ, quàm ex puncto ϐ (per 5. poſtulat.)

THEOREMA 47.

Idem accidet ſi linea, per quam tranſit oculus, parallela ſit ſpectatæ magnitudini.

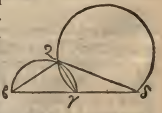
Sit enim ϐ γ linea parallela ſpectatæ magnitudini δ ζ, ſecetur autem bifariàm ipſa δ ζ, (per 10. primi Element.) in puncto κ, à quo excitetur κ ν, & cõnectãtur rectæ ν δ, ν ζ, circa autẽ rectã δ ζ, deſcribatur ſectio circuli capiens angulũ δ ν ζ, (per 33. tertii Element.) Quia ergo linea κ ν, eſt diameter eius circuli, cuius ſectio eſt δ ν ζ, (per corollarium 1. tertii) ab extremitate verò ipſius κ ν, nempe à puncto ν, ducta eſt recta ϐ γ, ad angulos rectos ipſi ν κ · igitur ipſa ϐ γ, tangit circumferentiam ipſius ſegmenti δ ν ζ (per corollarium 16. tertii Element.) transferatur iam oculus in punctum γ, à quo procedant radii γ ζ, γ δ, & connectatur recta ϱ ζ · æqualis igitur eſt angulus δ ν ζ, angulo δ ϱ ζ. (per. 21 tertii Elem.) ãgulus autẽ δ ϱ ζ, maior eſt ãgulo δ γ ζ (per 16. primi El e.) maior igitur eſt angulus δ ν ζ, angulo δ γ ζ · quæ autem ſub maiore angulo ſpectantur, maiora apparent: maior igitur apparebit ipſa δ ζ magnitudo oculo collocato in puncto ν, quàm in puncto γ. oculo igitur diſcurrẽti per lineam ϐ γ parallelam magnitudini δ ζ, ipſa δ ζ magnitudo, nunc maior nunc minor apparebit.



THEOREMA 48.

Eſt aliquis locus communis, vnde æquales magnitudines, inæquales apparent.

Sit enim ϐ γ magnitudo æqualis ipſi γ δ, & circa ipſam ϐ γ, deſcribatur ſemicircul⁹ ϐ ζ γ. circa autem ipſam γ δ, deſcribatur ſectio γ ζ δ, quæ ſit maior ſemicirculo (per 31. & 33. tertii Elem.) connectantúrque rectæ ζ ϐ, ζ γ, ζ δ. Ergo angulus γ ζ ϐ, in ſemicirculo poſit⁹, maior eſt angulo γ ζ δ, qui eſt in maiore ſegmento (per. 31. tertii Element.) Quæ autem ſub maiori angulo ſpectantur, maiora apparent (per 5. poſtul.) Quare oculo collocato in puucto ζ, maior apparet ϐ γ quàm γ δ. atqui ϐ γ ipſi γ δ poſita eſt æqualis. eſt



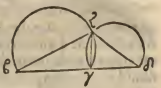
ergo

ergo aliquis locus communis, vnde ſpectatæ ęquales magnitudines, inæquales apparent.

THEOREMA 49.

Eſt aliquis locus cõmunis, vnde inæquales magnitudines, ęquales apparent.

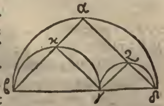
Sit enim $\beta\gamma$ magnitudo maior quàm $\gamma\delta$, & circa ipſam $\beta\gamma$, deſcribatur circuli ſectio $\beta\zeta\gamma$, quæ ſit maior ſemicirculo: circa itẽ ipſam $\gamma\delta$, deſcribatur circuli ſectio $\gamma\zeta\delta$, quæ ſit ſimilis ipſi $\beta\zeta\gamma$ ſectioni, id eſt, quæ angulum cõprehendat $\gamma\zeta\delta$, æqualem angulo $\gamma\zeta\beta$ (per 33. tertii Element.) connectãtur autem rectæ $\zeta\beta$, $\zeta\gamma$, $\zeta\delta$. Cùm igitur anguli, qui ſunt in ſimilib⁹ ſegmẽtis, ſint inter ſe æquales (per decimam definitionem tertii Element.) æquales ergo ſunt inter ſe $\gamma\zeta\beta$ & $\gamma\zeta\delta$ anguli in ſimilibus ſectionibus deſcripti. Quę autem ſub æqualibus angulis cernuntur, æqualia apparent (per 7. poſtul.) Quare oculo collocato in puncto ζ, æqualis apparet magnitudo $\beta\gamma$ ipſi $\gamma\delta$: eſt autem maior: Eſt igitur locus aliquis cõmunis, vnde ſpectatæ inæquales magnitudines, æquales apparẽt.



THEOREMA 50.

Sunt quædam loca, è quibus ſpectata vna magnitudo, ex duabus inęqualibus inter ſe additis compoſita, vtrique inæqualium æqualis apparet.

Sint duæ magnitudines inæquales, maior quidẽ $\beta\gamma$, minor verò $\gamma\delta$, & circa vtranque earum deſcribãtur ſemicirculi $\beta\kappa\gamma$, & $\gamma\zeta\delta$: circa etiam totam $\beta\delta$ compoſitam ex duabus $\beta\gamma$, & $\gamma\delta$, deſcribatur ſemicirculus $\beta\alpha\delta$. angulus igitur qui eſt in $\beta\alpha\delta$ ſemicirculo, æqualis eſt angulo qui eſt in $\beta\kappa\gamma$ ſemicirculo: vterque enim rectus eſt (per 31. tertii Elemẽt.) Æqualis ergo apparet $\beta\gamma$ ipſi $\beta\delta$. Similiter & $\beta\delta$, ipſi $\gamma\delta$ ęqualis apparet, oculis poſitis in punctis α & ζ, duorum ſemicirculorum $\beta\alpha\delta$ & $\gamma\zeta\delta$. Sunt ergo loca quædam, vnde ſpectata vna magnitudo è duab⁹

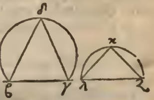


in-

inæqualib⁹ inter ſe additis compoſita, vtrique inæqualium apparet æqualis.

THEOREMA 51.

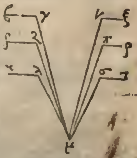
Inuenire loca ex quibus eadem magnitudo appareat dimidio aut quarta parte minor,& omnino in data ratione, ſecundũ quam ſecatur angulus.



Sit enim recta linea λ ζ, circa quam deſcribatur pro arbitrio ſectio circuli, in qua inſcribatur angulus λ ϰ ζ· ipſi autẽ λ ζ ęqualis ſit ϐ γ, circa quam deſcribatur etiam circuli ſectio capiens angulũ dimidio minorem, quàm ſit angulus λ ϰ ζ (per 33. tertii Elem.) Angulus ergo λ ϰ ζ, duplus eſt anguli ϐ δ γ. Quare λ ζ magnitudo duplo maior videtur magnitudine ϐ γ, cùm oculi collocantur in ϐ δ γ & λ ϰ ζ circunferentiis.

THEOREMA 52.

Æquali celeritate delatorum & in eadẽ recta linea poſitorum, prope oculum, vltimum reliqua omnia pręcedere videbitur. facto autem tranſitu in contrarias partes, quod antea pręcedebat, ſubſequi exiſtimabitur: quod autem ſubſequebatur, præcedere videbitur.



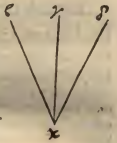
Ferantur enim eadem celeritate ϐ γ. δ ζ, ϰ λ· & ex μ oculo, procedant radii μ γ. μ ζ, μ λ. radius igitur μ γ, eſt dexterrimus & ſublimiſsimus radiorum ab oculo μ procedentium. Quare ϐ γ videbitur pręcedere, migratione verò facta in contrarias partes. ſi nempe ϐ γ, δ ζ, ϰ λ, mutentur ad partes ν ξ, π ρ, σ τ, procedant radii μ ν, μ π, μ σ. Omnibus ergo radiis reliquis ab oculo μ emiſsis, dexterior eſt μ σ, ſiniſterior autem eſt ipſe μ ν. Igitur ipſa magnitudo σ τ, reliquas

quas præcedere videbitur, ipſa verò $\nu\xi$, ſubſequi. Quare $\beta\gamma$ magnitudo, quę antea præcedebat, poſtquàm tranſlata fuerit in $\nu\xi$, ſubſequi videbitur. magnitudo autem $\lambda\kappa$, quę antea ſubſequi videbatur, pręcedere exiſtimabitur, cùm tranſlata fuerit in $\sigma\tau$.

THEOREMA 53.

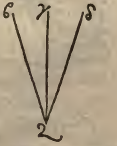
Inæquali celeritate delatorum eò vorſum quò fertur oculus, ea quidem quæ æquè velociter feruntur atque oculus, quieſcere videntur oculo: quę verò tardiùs, in contrariam partem moueri: quę autem celeriùs, in pręcedentia ferri apparent.

Magnitudines enim β, γ, δ, moueantur velocitate inęquali, & β quidem tardiſſimè feratur, γ autem perinde celeriter atque κ oculus: ac δ denique celeriùs feratur quàm γ ab ipſo autem κ oculo procedant radii $\kappa\beta, \kappa\gamma, \kappa\delta$. Si ergo oculus κ ad eaſdem partes feratur ad quas tendunt β, γ, δ, magnitudines, ipſa quidem γ magnitudo, quæ ęquè celeriter fertur atque oculus κ, ſtare & quieſcere putabitur: β autem relinqui & retrò ferri exiſtimabitur: denique cùm δ velociùs moueatur, quàm γ, igitur δ in præcedētia ferri videbitur: remouebitur enim magis ac magis ab ipſa γ magnitudine.



THEOREMA 54.

Si magnitudines aliquæ ad eandem partem ferātur, vna verò quieſcat, ea quę quieſcit, in contrariá partem moueri videbitur.

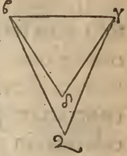


Ferātur enim β, δ, magnitudines, γ verò magnitudo immota maneat: & ab oculo ζ, procedant radii $\zeta\beta, \zeta\gamma, \zeta\delta$. Si ergo β & δ, magnitudines ferantur (exempli gratiâ) dextrorſum, β quidem propiùs accedet ad γ. at verò δ, recedens à γ, longiùs inde diſtabit. Quare

γ quiescens magnitudo, in cōtrarias partes, sinistrorsum nempe, ferri videbitur.

THEOREMA 55.

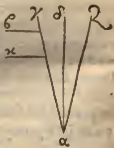
Oculo ad rem visam accedenti, res visa augeri videtur.



Oculo enim in ζ posito, cernatur magnitudo $\beta\gamma$, per radios $\zeta\beta$, & $\zeta\gamma$. Iam accedat oculus propiùs ad magnitudinem $\beta\gamma$, collocetúrque in δ, cernátque magnitudinem $\beta\gamma$, per radios $\delta\beta$ & $\delta\gamma$. Cū ergo maior sit āgulus δ āgulo ζ, quæ autē sub maiori angulo cernūtur, maiora appareāt (per 5. post.) oculo igitur in δ collocato, auctior apparebit magnitudo $\beta\gamma$, quàm si idē oculus collocetur in ζ.

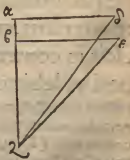
THEOREMA 56.

Æquali celeritate delatorum, quæ longiùs distant, tardiùs ferri videntur.



Ferantur enim eadem celeritate β & κ magnitudines ad partes ζ, ducantúrque ab α oculo, radii $\alpha\gamma$, $\alpha\delta$, $\alpha\zeta$. Igitur radii ab α oculo ad κ magnitudinē tendentes, minores sunt, quàm illi qui tendunt ad β magnitudinem. Quare κ minus interuallum percurret, videbitúrque citiùs ferri, quia citiùs perueniet ad radium $\alpha\zeta$.

ALIA THEOREMATIS *demonstratio.*

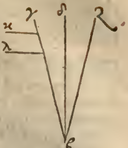


Duo puncta α & ζ æquali celeritate ferātur per rectas parallelas $\alpha\delta$, & $\beta\epsilon$. Æquali ergo tempore pertransibunt. Sint itaque æquales $\alpha\delta$ & $\beta\epsilon$, & ex ζ oculo procedāt radii $\zeta\alpha$, $\zeta\delta$, $\zeta\epsilon$. Quia angulus $\beta\zeta\delta$, minor est angulo $\beta\zeta\epsilon$ minus ergo apparebit interuallum $\alpha\delta$, interuallo $\beta\epsilon$. quare α tardi⁹ ferri videbitur quàm β.

THEOREMA 57.

Oculo celeriter moto, res spectatæ procul positæ,

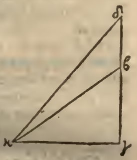
positæ, relinqui videntur.



Sit oculus β, à quo ducantur radii βγ, βδ, βζ. res verò spectatæ sint κ, λ. Oculo igitur celeriter delato, radii ab oculo β, versus γ protensi, citiùs percurrent κ magnitudinem, quàm ipsam λ. Quare κ relinqui existimabitur, λ verò in contrarium tendere, nempe dextrorsum versus partes quæ sunt ad ζ.

THEOREMA 58.

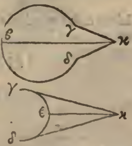
Magnitudines auctę, propiùs ad oculum accedere existimantur.



Sit magnitudo γβ, quæ conspiciatur per radios κγ, κβ. augeatur ipsa γβ tanta magnitudine, quanta est βδ. ab oculo verò κ, procedat radius κδ. maior ergo est δκγ angulus, angulo βκγ. Quæ autē sub maiori angulo spectantur, maiora apparent: maior igitur apparet γδ, quàm γβ. Quę vero maiora visui apparent quàm priùs, aucta esse putantur: Igitur auctæ magnitudines ad oculum accessisse uidebuntur.

THEOREMA 59.

Quę neque ęqualiter ab oculo absunt, neque extrema extremis & media mediis parallela habent, neque in recta linea sunt: totam figuram faciunt nunc cauam, nunc conuexam.

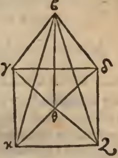


Cernantur enim β, γ, δ, ab oculo posito in κ, à quo procedant radii κβ, κγ, κδ. Tota igitur figura γβδ, caua esse videtur. Iā alio modo ponatur ipsa res spectata, ita vt punctum β, propiùs oculo κ sit, quàm γ aut δ. Ipsa sanè δβγ figura, conuexa esse existimabitur.

THEOREMA 60.

Si ab interſectione diametrorum quadrati, excitetur linea recta ad planum quadrati, & in ea ponatur oculus: quadrati diametri, & latera æqualia apparebunt.

Sit quadratum γ ζ, ducantur verò diametri γ ζ, κ δ, quæ ſe interſecent in puncto θ, à quo excitetur θ ϵ, recta ad ipſius quadrati planum, ponatúrque oculus in ϵ, à quo procedant radii ϵ κ, ϵ δ, ϵ γ, ϵ ζ. duæ igitur rectæ θ ζ, θ ϵ, æquales ſunt duabus rectis θ γ & θ ϵ. Sunt verò etiam anguli ab ipſis lineis cōtenti, inter ſe æquales, anguli nimirum poſiti ad punctū θ. ęqualis ergo eſt baſis ζ ϵ, baſi ϵ γ, eadémque ratione baſis κ ϵ, baſi δ ϵ, æqualis eſt Duæ ergo rectę ζ ϵ, ϵ γ, duabus rectis κ ϵ, ϵ δ, æquales ſunt, vtraque vtrique: diametri quoque ipſæ æquales ſunt. Quare anguli etiam qui ſunt ad ϵ, æquales erunt. Quæ autem ſub æqualibus angulis cernuntur, ęqualia apparent: Æquales igitur apparent diametri inter ſe, & latera quoque inter ſe æqualia.



THEOREMA 61.

Quòd ſi radius ab oculo in diametrorū interſectionem ductus, neque rectus ſit ad planum quadrati, neque æqualis alterutri ſemidiametrorum quadrati, neque æquales angulos contineat cum ipſis ſemidiametris, inæquales apparebunt diametri.

Idem enim quod in circulis, hîc etiā euenire monſtrabimus.

FINIS OPTICORVM
EVCLIDIS.

Euclidis Catoptrica,

SEV PARS EA OPTICES, QVÆ DOCET FALLACIAS SPECVLORVM,

Latinè reddita per Ioannem Penam Regium Mathematicum,

AD

Illustrissimum Principem Carolum Lotharingum Cardinalem.

1 *Ponamus radium esse rectam lineam, cuius media omnia extremis officiant.*

2 *Item, omne aspectabile secundùm rectam lineam cerni.*

3 *Item, si speculum collocetur in plano, cui ad rectos angulos altitudo aliqua erecta sit, quam rationẽ habet linea interiecta inter spectatorem & speculum, ad lineam interiectam inter speculum & erectam altitudinem, eandem rationem habere spectatoris altitudinem, ad altitudinem insistentem ad rectos angulos ei plano, in quo est speculum.*

PHÆNOMENON
primum.

4 *Item, in planis speculis, oculo posito in eo speculi loco, in quẽ cadit perpendicularis ducta à re aspectabili ad speculum, rem aspectabilẽ non cerni.*

PHÆNOMENON
secundum.

5 *Item, in conuexis speculis oculo occupante locum, per quem à re aspectabili ad centrum sphæræ linea recta ducetur, rem aspectabilem non cerni.*

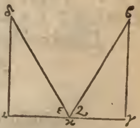
PHÆNOMENON
tertium.

6 *Idémque in concauis speculis fieri.*

7 *Itē, si res aliqua in vas iniiciatur, & ab oculo remoueatur vas ipsū, quoad res in fundo vasis posita cerni non possit, eam visum iri ab eadem remotione, si aqua in vas infundatur.*

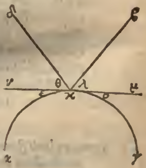
THEOREMA I.

A speculis planis conuexis & cauis, radii ad æquales angulos reflectuntur.



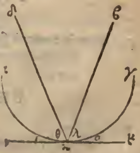
Sit oculus quidem ε, planum autem speculum α γ· radius verò ab oculo feratur ε κ, qui reflectatur ad punctum δ· dico angulum reflexionis, qui ad ε, æqualem esse angulo incidentiæ, qui est ad ζ. ducantur enim ε γ, δ α, perpendiculares à punctis δ & ε, ad speculum α κ γ. Est igitur vt ε γ ad γ κ, sic δ κ ad α κ· id enim in definitione tertia positū est. Quare triangulus ε γ κ, similis est triangulo δ α κ· ob idque angulus ε, æqualis est angulo ζ. Trianguli enim similes, æquianguli etiam sunt.

IN CONVEXO SPECVLO.



Sit conuexum speculum α κ γ, radius autē ε κ, qui reflectatur ad punctum δ. dico angulum reflexionis ε θ, æqualem esse angulo incidentiæ ο λ· Si enim applicem planū speculum ν μ, ita vt tangat speculum conuexum in puncto κ, angulus θ, æqualis erit angulo λ. Sed angulus ε æqualis est angulo ο, propterea quòd planū speculum μ ν, tangit conuexum speculum α κ γ. totus igitur ε θ angul⁹, æqualis est toti λ ο āgulo.

IN CONCAVO SPECVLO.

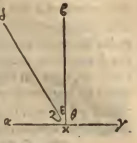


Sit rursus speculum cauum, α κ γ· radius autem ε κ, qui reflectatur ad δ. dico angulum θ, æqualē esse angulo λ· apposito enim plano speculo μ ν, æqualis est angul⁹ θ ε, angulo λ, ο. Sed & angulus ε æqualis est angulo ο. Quare reliquus angulus θ, reliquo angulo λ æqualis erit.

THEOREMA 2.

Si

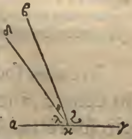
Si radius in qualecunque ſpeculum cadens, æquales faciat angulos, ipſe in ſe ipſum reflectetur.



Sit planum ſpeculum $\alpha\kappa\gamma$, oculus autem β à quo radius procedat $\beta\kappa$, æquales angulos faciens cum ſpeculo, angulum nempe $\varepsilon\zeta$, æqualem angulo θ. fore aſſero vt radius $\beta\kappa$ ſeſe reflectens, in ſe ipſum redeat, hoc eſt, ad β oculum: alioqui reflectatur, ſi poſſit, in punctum δ. Quia igitur radii ad æquales angulos reflectuntur, æqualis eſt angulus ζ, angulo θ. oſtenſus verò eſt āgulus $\varepsilon\zeta$, æqualis angulo θ. igitur angulus $\varepsilon\zeta$, angulo ζ æqualis erit, maior minori: quod fieri nequit. Igitur radius $\beta\kappa$, in ſeipſum reflectetur. Eadem demonſtratio congruet ſpeculis tum conuexis tum cauis.

THEOREMA 3.

Radius in qualecunque ſpeculum cadēs, angulóſque inæquales faciens, neque in ſeipſum reflectetur, neque verſùs minorem angulum.



Sit planum ſpeculum $\alpha\kappa\gamma$, radius autem $\beta\kappa$, in ſpeculum proſiliat, faciátque angulum ζ, maiorem angulo $\theta\lambda$. fore aſſero vt $\beta\kappa$ radius ſeſe reflectens, neque in ſeipſum reflectatur, neque ad angulum $\theta\lambda$. Si enim redeat in ſe ipſum, in $\beta\kappa$, æqualis erit āgulus ζ angulo $\theta\lambda$, quod abſurdum eſt: angulus enim ζ, poſitus eſt maior angulo $\theta\lambda$. quòd ſi $\beta\kappa$ reflectatur ad δ, æqualis erit ζ angulus angulo λ. eſt autem maior. Quare radius $\beta\kappa$ reflectetur verſùs maiorem angulum, qui eſt ad ζ. Poterit enim à maiore angulo auferri angulus æqualis minori. Eadē demonſtratio valebit in conuexis & cauis ſpeculis.

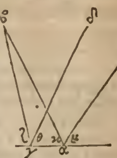
THEOREMA 4.

Radii à planis conuexiſque ſpeculis reflexi,

neque

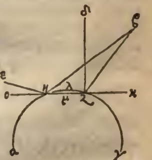
neq; mutuò cōcurrēt, neque erūt paralleli.

Sit rursus planū speculum $\alpha\gamma$, oculus autē β, radii verò reflexi $\beta\gamma\delta$, $\beta\alpha\epsilon$. dico duos hos radios reflexos $\gamma\delta$, & $\alpha\epsilon$, neque parallelos esse, neque productos ad partes δ & ϵ, posse concurrere: quia enim æqualis est angulus ζ, angulo θ, & angulus κ angulo μ, maior autem est angulus ζ angulo κ, propterea quòd est extrinsecùs angulus, in triangulo $\beta\alpha\gamma$. maior igitur est angulus ζ angulo μ. Quare radii reflexi $\gamma\delta$ & $\alpha\epsilon$, neque paralleli inter se sunt, neque concurrent ad partes ϵ & δ.



IN CONVEXO SPECVLO.

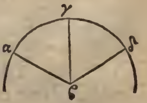
Sit rursus conuexum speculum $\alpha\kappa\zeta\gamma$, oculus autem β, radii autem reflexi $\beta\zeta\delta$, $\beta\kappa\epsilon$. dico radios reflexos $\zeta\delta$ & $\kappa\epsilon$, neque parallelos esse, nec posse cōcurrere ad partes ϵ, δ. Connectatur enim recta $\kappa\zeta$, & producatur vtrinque ad o & x. Quia igitur angulus $\beta\zeta\gamma$ æqualis est angulo $\delta\zeta\lambda$, eò quod radii ad æquales angulos reflectuntur, maior igitur est angulus $\delta\zeta\mu$, angulo $\beta\zeta\kappa$. & angulus $\beta\zeta\kappa$, maior angulo $\beta\kappa\mu$, & angulus $\beta\kappa\mu$, maior est angulo $\epsilon\kappa\alpha$. angulus enī $\beta\kappa\lambda$, æqualis est angulo $\epsilon\kappa\alpha$. maior igitur est $\delta\zeta\mu$ angulus, angulo $\epsilon\kappa\alpha$. multò igitur maior est angulus $\delta\zeta\mu$, angulo $\epsilon\kappa o$. igitur radii $\zeta\delta$, $\kappa\epsilon$, neque concurrent, neque paralleli erunt.



THEOREMA 5.

In cauis speculis si oculum colloces aut in centro, aut in circunferentia, aut extra circūferētiā, id est, inter cētrū & circūferētiā, radii reflexi cōcurrēt.

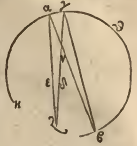
Sit cauum speculum $\alpha\gamma\delta$, centrum autem sphærę, cuius portio est ipsum speculum concauum, sit β, in quo ponatur oculus, ab eóque ad circunferentiā ducantur radii $\beta\alpha$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$. æquales igitur sunt anguli positi ad puncta α, γ, δ. sunt



enim

enim anguli ſemicirculorum. Radii igitur $\beta\alpha$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, ab oculo ad ſpeculum miſsi, in ſe ipſos reflectētur: id enim oſtenſum eſt. Quare concurrent in puncto β.

OCVLVS IN CIRCVNFERENTIA.

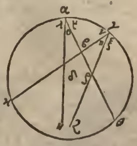


Sit cauum ſpeculum $\alpha\gamma\theta\beta$, oculus autem ſit β, collocetúrque in ipſius ſpeculi circūferentia, & ab oculo β proſiliant radii $\beta\gamma$, $\beta\alpha$, qui reflectantur ad puncta δ, ε. Quia ſegmentum $\alpha\gamma\beta$, maius eſt ſegmento $\beta\theta\gamma$ maior igitur eſt $\beta\alpha\gamma$ angulus, angulo $\beta\gamma\theta$. Quare angulus $\varepsilon\alpha\kappa$ (per primam propoſitionem) maior eſt angulo $\delta\gamma\alpha$. duo igitur anguli $\beta\alpha\gamma$, $\varepsilon\alpha\kappa$, maiores ſunt duobus angulis $\beta\gamma\theta$, & $\delta\gamma\alpha$. quare reliquus angulus $\beta\alpha\varepsilon$, reliquo angulo $\delta\gamma\beta$, minor eſt, ac multò etiā minor ipſo $\delta\nu\beta$. igitur radii reflexi $\gamma\delta$, $\alpha\varepsilon$, concurrent ad eas partes, in quibus eſt ζ: idem oſtendetur oculo poſito extra circunferentian, vt in ſequenti theoremate.

THEOREMA 6.

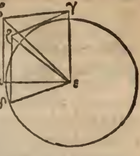
In cauis ſpeculis, ſi inter centrum & circunferentiam colloces oculum, radii reflexi interdum concurrent, interdum non concurrent.

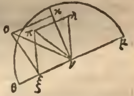
Sit cauum ſpeculū $\alpha\gamma$, cuius centrū δ, oculus autē ponatur in pūcto β, inter centrum & circunferentiam: radii verò ſint $\beta\alpha$, $\beta\gamma$, qui reflectantur ad puncta κ & ζ, ipſi autē radii ad ſpeculum vſque protrahātur, qui ſint $\alpha\theta$, $\gamma\kappa$. Iam radius $\alpha\theta$ aut maior eſt, aut minor, aut æqualis radio $\gamma\kappa$. Si ergo radius $\alpha\theta$, æqualis ſit radio $\gamma\kappa$, æqualis etiam eſt circunferentia $\alpha\gamma\theta$, circunferētiæ $\gamma\alpha\kappa$. Quare angulus μ æqualis erit āgulo ξ: æqualium enim ſectionum anguli ſunt inter ſe æquales. duo item anguli μ & λ, ęquales erunt duobus angulis ν & ξ, ppter ęqualitatem angulorum reflexionis & incidentiæ. Quocirca reliquus angulus o, æqualis erit reliquo angulo π. igitur ϱ angulus maior erit angulo o. quia enim angulus ϱ, maior eſt angulo π (eſt



quare magnitudo $\alpha\beta$ apparebit minor magnitudine $\delta\zeta$, quod demonſtrandum erat.

Sed enim ſit $\delta\zeta$ minor ſemidiametro circuli, reliqua verò conſtruātur vt ātea: ponatúrq; $\theta\mu$ ſectio æqualis ſemicirculo, ſumatúrque circuli centrū ν, & ex $\theta\nu$ ſecetur $\nu\xi$ æqualis ipſi $\delta\zeta$. conſtituatúrque angulus $\theta\nu\kappa$, æqualis angulo $\gamma\epsilon\alpha$. angulus autem $\theta\nu\lambda$, æqualis angulo $\gamma\epsilon\delta$, ſitque vtraque ipſarum $\nu\kappa$, $\nu\lambda$, ſigillatim æqualis ipſi $\delta\zeta$. & per punctum κ ducatur κo, parallela & æqualis ipſi $\nu\xi$, connectatúrque $o\xi$. per punctum autem λ ducatur $\lambda\pi$ parallela ipſi $\xi\nu$, & connectatur recta $\pi\xi$. duo igitur parallelogramma ſunt $\xi\kappa$, & $\xi\lambda$, quorum $\xi\kappa$ quidem æquale ac ſimile eſt ipſi $\epsilon\beta$ parallelogrāmo: ipſum autem $\xi\lambda$ parallelogrammum æquale item & ſimile eſt parallelogrammo $\epsilon\zeta$. Quare angulus $\theta\nu\kappa$ æqualis eſt angulo $\gamma\epsilon\alpha$: angulus autem $\theta\nu\lambda$ æqualis eſt āngulo $\gamma\epsilon\delta$. maior ergo eſt $\gamma\epsilon\delta$ angulo $\gamma\epsilon\alpha$. maior itaque $\theta\nu\lambda$ angulus, angulo $\theta\nu\kappa$. connectantur parallelogrammorum dimetientes νo, $\nu\pi$. igitur angulus $\xi\nu o$, minor eſt angulo $\xi\nu\pi$. Eſt autem angulus quidem $\xi\nu o$ æqualis angulo $\alpha\epsilon\beta$, angulus autem $\xi\nu\pi$, æqualis angulo $\delta\epsilon\zeta$. minor ergo eſt angulus $\alpha\epsilon\beta$, angulo $\delta\epsilon\zeta$. Cernitur autem magnitudo quidē $\alpha\beta$ ex angulo $\alpha\epsilon\beta$. magnitudo verò $\delta\zeta$, ex angulo $\delta\epsilon\zeta$. minor itaque apparebit magnitudo $\alpha\beta$, magnitudine $\delta\zeta$, quod monſtrari debuit.

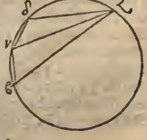




THEOREMA 44.

Eſt aliquis locus, vbi manente oculo, res ſpectata è loco in locum mutata, æqualis ſemper apparet.

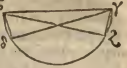
Sit ſpectata magnitudo $\beta\gamma$, oculus autem ζ. à quo procedant radii $\zeta\beta$, $\zeta\gamma$, efficiētes triangulum $\zeta\beta\gamma$, circa quem deſcribatur circul' $\beta\gamma\delta\zeta$. dico magnitudinē $\beta\gamma$, trāſlatam in quemlibet locum circunferētię circuli, eiuſdem quātitatis ſemper apparere. transferatur enim $\beta\gamma$ magnitudo, in $\gamma\delta$,



δ, & connectatur recta $\delta\zeta$. æqualis igitur est circunferentia $\beta\gamma$, circunferentiæ $\gamma\delta$. ob idque æqualis est angulus $\gamma\zeta\beta$, angulo $\gamma\zeta\delta$. quæ autem sub æqualibus angulis cernũtur, æqualia apparent, æqualis ergo apparet $\gamma\beta$, ipsi $\gamma\delta$.

THEOREMA 45.

Est aliquis locus, vbi aspectabili manente, oculo verò translato, aspectabile semper æquale apparet.

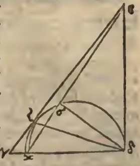


Sit enim spectata magnitudo $\beta\gamma$, oculus autem ζ, à quo procedant radii $\zeta\beta$, $\zeta\gamma$: & circa triangulum $\beta\zeta\gamma$, describatur circuli sectio $\beta\delta\zeta\gamma$, transferatúrque oculus à puncto ζ, in punctum δ, ex quo ducantur radii $\delta\beta$, $\delta\gamma$. æqualis igitur est angulus $\gamma\delta\beta$, angulo $\beta\zeta\gamma$, cùm sint in eodem segmento circuli. Quæ autem sub æqualibus angulis conspiciuntur æqualia apparent: Quare magnitudo $\beta\gamma$, eiusdẽ quantitatis perpetuò apparebit oculo per $\gamma\zeta\delta\beta$ circũferentiam vectato.

THEOREMA 46.

Est aliquis locus, ad quem si oculus transferatur, rem aspectabilem immotam, nunc maiorem nunc minorem existimabit.

Sit spectata magnitudo $\kappa\delta$, recta verò linea $\beta\gamma$, quæ concurrat cum recta $\delta\kappa$ prodnctâ in rectum & longum ad punctum γ. & sumatur ipsarum $\delta\gamma$, & $\gamma\kappa$, media proportionalis $\gamma\zeta$, (per 16. tertii Elemen.) & connectantur rectę $\zeta\kappa$, $\zeta\delta$. deinde circa datã rectam lineam $\kappa\delta$, describatur sectio circuli, quæ capiat angulum acutum $\kappa\zeta\delta$ (per 33. tertii Ele.) Igitur recta $\beta\zeta\gamma$ tãget sectionis circũferentiã (per 37. tertii Element.) cùm $\delta\gamma$ se habeat ad $\gamma\zeta$, vt $\gamma\zeta$ ad $\gamma\kappa$. Ponatur ergo oculus in puncto β, à quo ducãtur radii $\beta\delta$, $\beta\kappa$, & cõnectatur recta $\sigma\delta$.



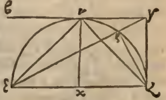
Æqualis igitur est angulus $\kappa\zeta\delta$, angulo $\kappa\sigma\delta$ (per 21. tertii Ele.) cùm sint in eodem segmento. Est autem angulus $\kappa\sigma\delta$, maior ãgulo $\kappa\beta\delta$, (per 16. primi Element.) Quare angulus etiam $\kappa\zeta\delta$, angulo $\kappa\beta\delta$ maior est. oculo igitur spectanti è puncto ζ, maior

apparebit magnitudo κ δ, quàm ex puncto ϐ (per 5. poſtulat.)

THEOREMA 47.

Idem accidet ſi linea, per quam tranſit oculus, parallela ſit ſpectatæ magnitudini.

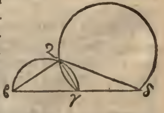
Sit enim ϐ γ linea parallela ſpectatæ magnitudini δ ζ, ſecetur autem bifariàm ipſa δ ζ, (per 10. primi Element.) in puncto κ, à quo excitetur κ ν, & cōnectātur rectæ ν δ, ν ζ, circa autē rectā δ ζ, deſcribatur ſectio circuli capiens angulū δ ν ζ, (per 33. tertii Element.) Quia ergo linea κ ν, eſt diameter eius circuli, cuius ſectio eſt δ ν ζ, (per corollarium 1. tertii) ab extremitate verò ipſius κ ν, nempe à puncto ν, ducta eſt recta ϐ γ, ad angulos rectos ipſi ν κ igitur ipſa ϐ γ, tangit circumferentiam ipſius ſegmenti δ ν ζ (per corollarium 16. tertii Element.) transferatur iam oculus in punctum γ, à quo procedant radii γ ζ, γ δ, & connectatur recta ρ ζ æqualis igitur eſt angulus δ ν ζ, angulo δ ρ ζ. (per. 21 tertii Elem.) āgulus autē δ ρ ζ, maior eſt āgulo δ γ ζ (per 16. primi El e.) maior igitur eſt angulus δ ν ζ, angulo δ γ ζ. quæ autem ſub maiore angulo ſpectantur, maiora apparent: maior igitur apparebit ipſa δ ζ magnitudo oculo collocato in puncto ν, quàm in puncto γ. oculo igitur diſcurrēti per lineam ϐ γ parallelam magnitudini δ ζ, ipſa δ ζ magnitudo, nunc maior nunc minor apparebit.



THEOREMA 48.

Eſt aliquis locus communis, vnde æquales magnitudines, inæquales apparent.

Sit enim ϐ γ magnitudo æqualis ipſi γ δ, & circa ipſam ϐ γ, deſcribatur ſemicircul⁹ ϐ ζ γ. circa autem ipſam γ δ, deſcribatur ſectio γ ζ δ, quæ ſit maior ſemicirculo (per 31. & 33. tertii Elem.) connectantúrque rectæ ζ ϐ, ζ γ, ζ δ. Ergo angulus γ ζ ϐ, in ſemicirculo poſit⁹, maior eſt angulo γ ζ δ, qui eſt in maiore ſegmento (per. 31. tertii Element.) Quæ autem ſub maiori angulo ſpectantur, maiora apparent (per 5. poſtul.) Quare oculo collocato in puncto ζ, maior apparet ϐ γ quàm γ δ. atqui ϐ γ ipſi γ δ poſita eſt æqualis. eſt



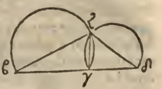
ergo

ergo aliquis locus communis, vnde spectatæ ęquales magnitudines, inæquales apparent.

THEOREMA 49.

Est aliquis locus cõmunis, vnde inæquales magnitudines, ęquales apparent.

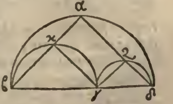
Sit enim β γ magnitudo maior quàm γ δ, & circa ipsam β γ, describatur circuli sectio β ζ γ, quæ sit maior semicirculo: circa itẽ ipsam γ δ, describatur circuli sectio γ ζ δ, quæ sit similis ipsi β ζ γ sectioni, id est, quæ angulum cõprehendat γ ζ δ, æqualem angulo γ ζ β (per 33. tertii Element.) connectãtur autem rectæ ζ β, ζ γ, ζ δ. Cùm igitur anguli, qui sunt in similib⁹ segmẽtis, sint inter se æquales (per decimam definitionem tertii Element.) æquales ergo sunt inter se γ ζ β & γ ζ δ anguli in similibus sectionibus descripti. Quę autem sub æqualibus angulis cernuntur, æqualia apparent (per 7. postul.) Quare oculo collocato in puncto ζ, æqualis apparet magnitudo β γ ipsi γ δ: est autem maior: Est igitur locus aliquis cõmunis, vnde spectatæ inæquales magnitudines, æquales apparẽt.



THEOREMA 50.

Sunt quædam loca, è quibus spectata vna magnitudo, ex duabus inęqualibus inter se additis composita, vtrique inæqualium æqualis apparet.

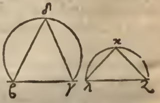
Sint duæ magnitudines inæquales, maior quidẽ β γ, minor verò γ δ, & circa vtranque earum describãtur semicirculi β κ γ, & γ ζ δ: circa etiam totam β δ compositam ex duabus β γ, & γ δ, describatur semicirculus β α δ. angulus igitur qui est in β α δ semicirculo, æqualis est angulo qui est in β κ γ semicirculo: vterque enim rectus est (per 31. tertii Elemẽt.) Æqualis ergo apparet β γ ipsi β δ. Similiter & β δ, ipsi γ δ ęqualis apparet, oculis positis in punctis α & ζ, duorum semicirculorum β α δ & γ ζ δ. Sunt ergo loca quædam, vnde spectata vna magnitudo è duab⁹ in-



inæqualib⁹ inter se additis composita, vtrique inæqualium apparet æqualis.

THEOREMA 51.

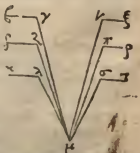
Inuenire loca ex quibus eadem magnitudo appareat dimidio aut quarta parte minor,& omnino in data ratione, secundũ quam secatur angulus.



Sit enim recta linea λ ζ,circa quam describatur pro arbitrio sectio circuli, in qua inscribatur angulus λ κ ζ· ipsi autẽ λ ζ ęqualis sit ϐ γ,circa quam describatur etiam circuli sectio capiens angulũ dimidio minorem, quàm sit angulus λ κ ζ (per 33.tertii Elem.) Angulus ergo λ κ ζ,duplus est anguli ϐ δ γ. Quare λ ζ magnitudo duplo maior videtur magnitudine ϐ γ, cùm oculi collocantur in ϐ δ γ & λ κ ζ circunferentiis.

THEOREMA 52.

Æquali celeritate delatorum & in eadẽ recta linea positorum,prope oculum, vltimum reliqua omnia pręcedere videbitur. facto autem transitu in contrarias partes, quod antea pręcedebat,subsequi existimabitur: quod autem subsequebatur, præcedere videbitur.



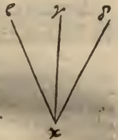
Ferantur enim eadem celeritate ϐ γ.δ ζ,κ λ· & ex μ oculo, procedant radii μ γ.μ ζ, μ λ. radius igitur μ γ, est dexterrimus & sublimissimus radiorum ab oculo μ procedentium. Quare ϐ γ videbitur pręcedere, migratione verò facta in contrarias partes. si nempe ϐ γ, δ ζ, κ λ, mutentur ad partes ν ξ, π ρ, σ τ, procedant radii μ ν,μ π,μ σ. Omnibus ergo radiis reliquis ab oculo μ emissis, dexterior est μ σ,sinisterior autem est ipse μ ν. Igitur ipsa magnitudo σ τ,reliquas

quas præcedere videbitur, ipſa verò ν ξ, ſubſequi. Quare ϐ γ magnitudo, quę antea præcedebat, poſtquàm tranſlata fuerit in ν ξ, ſubſequi videbitur. magnitudo autem λ κ, quę antea ſubſequi videbatur, prçcedere exiſtimabitur, cùm tranſlata fuerit in σ τ.

THEOREMA 53.

Inæquali celeritate delatorum eò vorſum quò fertur oculus, ea quidem quæ æquè velociter feruntur atque oculus, quieſcere videntur oculo: quę verò tardiùs, in contrariam partem moueri: quę autem celeriùs, in prçcedentia ferri apparent.

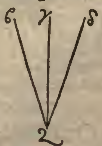
Magnitudines enim ϐ, γ, δ, moueantur velocitate inçquali, & ϐ quidem tardiſſimè feratur, γ autem perinde celeriter atque κ oculus: ac δ denique celeriùs feratur quàm γ· ab ipſo autem κ oculo procedant radii κ ϐ, κ γ, κ δ. Si ergo oculus κ ad eaſdem partes feratur ad quas tendunt ϐ, γ, δ, magnitudines, ipſa quidem γ magnitudo, quæ ęquè celeriter fertur atque oculus κ, ſtare & quieſcere putabitur: ϐ autem relinqui & retrò ferri exiſtimabitur: denique cùm δ velociùs moueatur, quàm γ, igitur δ in præcedētia ferri videbitur: remouebitur enim magis ac magis ab ipſa γ magnitudine.



THEOREMA 54.

Si magnitudines aliquæ ad eandem partem ferātur, vna verò quieſcat, ea quę quieſcit, in contrariā partem moueri videbitur.

Ferātur enim ϐ, δ, magnitudines, γ verò magnitudo immota maneat: & ab oculo ζ, procedant radii ζ ϐ, ζ γ, ζ δ. Si ergo ϐ & δ, magnitudines ferantur (exempli gratiâ) dextrorſum, ϐ quidem propiùs accedet ad γ. at verò δ, recedens à γ, longiùs inde diſtabit. Quare

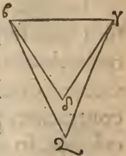


γ quiescens magnitudo, in cõtrarias partes, sinistrorsum nempe, ferri videbitur.

THEOREMA 55.

Oculo ad rem visam accedenti, res visa augeri videtur.

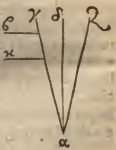
Oculo enim in ζ posito, cernatur magnitudo β γ, per radios ζ β, & ζ γ. Iam accedat oculus propiùs ad magnitudinem β γ, collocetúrque in δ, cernátque magnitudinem β γ, per radios δ β & δ γ. Cũ ergo maior sit ãgulus δ ãgulo ζ, quæ autẽ sub maiori angulo cernũtur, maiora appareãt (per 5. post.) oculo igitur in δ collocato, auctior apparebit magnitudo β γ, quàm si idẽ oculus collocetur in ζ.



THEOREMA 56.

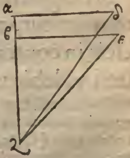
Æquali celeritate delatorum, quæ longiùs distant, tardiùs ferri videntur.

Ferantur enim eadem celeritate β & κ magnitudines ad partes ζ, ducantúrque ab α oculo, radii α γ, α δ, α ζ. Igitur radii ab α oculo ad κ magnitudinẽ tendentes, minores sunt, quàm illi qui tendunt ad β magnitudinem. Quare κ minus interuallum percurret, videbitúrque citiùs ferri, quia citiùs perueniet ad radium α ζ.



ALIA THEOREMATIS *demonstratio.*

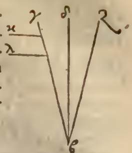
Duo puncta α & ζ æquali celeritate ferãtur per rectas parallelas α δ, & β ε. Æquali ergo tempore pertransibunt. Sint itaque æquales α δ & β ε, & ex ζ oculo procedãt radii ζ α, ζ δ, ζ ε. Quia angulus β ζ δ, minor est angulo β ζ ε. minus ergo apparebit interuallum α δ, interuallo β ε. quare α tardiꝰ ferri videbitur quàm β.



THEOREMA 57.

Oculo celeriter moto, res spectatæ procul positæ,

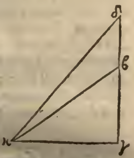
positæ, relinqui videntur.



Sit oculus ϐ, à quo ducantur radii ϐγ, ϐδ, ϐζ: res verò spectatæ sint κ, λ. Oculo igitur celeriter delato, radii ab oculo ϐ, versus γ protensi, citiùs percurrent κ magnitudinem, quàm ipsam λ. Quare κ relinqui existimabitur, λ verò in contrarium tendere, nempe dextrorsum versus partes quæ sunt ad ζ.

THEOREMA 58.

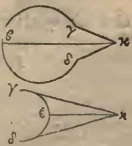
Magnitudines auctę, propiùs ad oculum accedere existimantur.



Sit magnitudo γϐ, quæ conspiciatur per radios κγ, κϐ. augeatur ipsa γϐ tanta magnitudine, quanta est ϐδ. ab oculo verò κ, procedat radius κδ. maior ergo est δκγ angulus, angulo ϐκγ. Quæ autē sub maiori angulo spectantur, maiora apparent: maior igitur apparet γδ, quàm γϐ. Quę vero maiora visui apparent quàm priùs, aucta esse putantur: Igitur auctæ magnitudines ad oculum accessisse uidebuntur.

THEOREMA 59.

Quę neque ęqualiter ab oculo absunt, neque extrema extremis & media mediis parallela habent, neque in recta linea sunt: totam figuram faciunt nunc cauam, nunc conuexam.

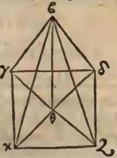


Cernantur enim ϐ, γ, δ, ab oculo posito in κ, à quo procedant radii κϐ, κγ, κδ. Tota igitur figura γϐδ, caua esse videtur. Iā alio modo ponatur ipsa res spectata, ita vt punctum ϐ, propiùs oculo κ sit, quàm γ aut δ. Ipsa sanè δϐγ figura, conuexa esse existimabitur.

THEOREMA 60.

Si ab interſectione diametrorum quadrati, excitetur linea recta ad planum quadrati, & in ea ponatur oculus: quadrati diametri, & latera æqualia apparebunt.

Sit quadratum γ ζ, ducantur verò diametri γ ζ, κ δ, quæ ſe interſecent in puncto θ, à quo excitetur θ ε, recta ad ipſius quadrati planum, ponatúrque oculus in ε, à quo procedant radii ε κ, ε δ, ε γ, ε ζ. duæ igitur rectæ θ ζ, θ ε, æquales ſunt duabus rectis θ γ & θ ε. Sunt verò etiam anguli ab ipſis lineis cõtenti, inter ſe æquales, anguli nimirum poſiti ad punctũ θ. ęqualis ergo eſt baſis ζ ε, baſi ε γ, eadémque ratione baſis κ ε, baſi δ ε, æqualis eſt Duæ ergo rectę ζ ε, ε γ, duabus rectis κ ε, ε δ, æquales ſunt, vtraque vtrique: diametri quoque ipſæ æquales ſunt. Quare anguli etiam qui ſunt ad ε, æquales erunt. Quæ autem ſub æqualibus angulis cernuntur, ęqualia apparent: Æquales igitur apparent diametri inter ſe, & latera quoque inter ſe æqualia.



THEOREMA 61.

Quòd ſi radius ab oculo in diametrorũ interſectionem ductus, neque rectus ſit ad planum quadrati, neque æqualis alterutri ſemidiametrorum quadrati, neque æquales angulos contineat cum ipſis ſemidiametris, inæquales apparebunt diametri.

Idem enim quod in circulis, hîc etiã euenire monſtrabimus.

FINIS OPTICORVM EVCLIDIS.

Euclidis Catoptrica,

SEV PARS EA OPTICES, QVÆ DOCET FALLACIAS SPECVLORVM,

Latinè reddita per Ioannem Penam Regium *Mathematicum,*

AD

Illustrissimum Principem Carolum Lotharingum Cardinalem.

1 *Ponamus radium esse rectam lineam, cuius media omnia extremis officiant.*

2 *Item, omne aspectabile secundùm rectam lineam cerni.*

3 *Item, si speculum collocetur in plano, cui ad rectos angulos altitudo aliqua erecta sit, quam rationẽ habet linea interiecta inter spectatorem & speculum, ad lineam interiectam inter speculum & erectam altitudinem, eandem rationem habere spectatoris altitudinem, ad altitudinem insistentem ad rectos angulos ei plano, in quo est speculum.*

PHÆNOMENON *primum.*

4 *Item, in planis speculis, oculo posito in eo speculi loco, in quẽ cadit perpendicularis ducta à re aspectabili ad speculum, rem aspectabilẽ non cerni.*

PHÆNOMENON *secundum.*

5 *Item, in conuexis speculis oculo occupante locum, per quem à re aspectabili ad centrum sphæræ linea recta ducetur, rem aspectabilem non cerni.*

PHÆNOMENON *tertium.*

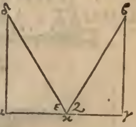
6 *Idémque in concauis speculis fieri.*

7 *Itē, si res aliqua in vas iniiciatur, & ab oculo remoueatur vas ipsū, quoad res in fundo vasis posita cerni non possit, eam visum iri ab eadem remotione, si aqua in vas infundatur.*

THEOREMA 1.

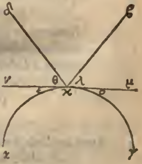
A speculis planis conuexis & cauis, radii ad æquales angulos reflectuntur.

Sit oculus quidem β, planum autem speculum $\alpha\gamma$· radius verò ab oculo feratur $\beta\kappa$, qui reflectatur ad punctum δ· dico angulum reflexionis, qui ad ε, æqualem esse angulo incidentiæ, qui est ad ζ. ducantur enim $\beta\gamma$, $\delta\alpha$, perpendiculares à punctis δ & β, ad speculum $\alpha\kappa\gamma$. Est igitur vt $\beta\gamma$ ad $\gamma\kappa$, sic $\delta\kappa$ ad $\alpha\kappa$· id enim in definitione tertia positū est. Quare triangulus $\beta\gamma\kappa$, similis est triangulo $\delta\alpha\kappa$· ob idque angulus ε, æqualis est angulo ζ. Trianguli enim similes, æquianguli etiam sunt.



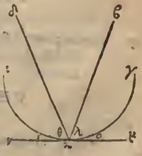
IN CONVEXO SPECVLO.

Sit conuexum speculum $\alpha\kappa\gamma$, radius autē $\beta\kappa$, qui reflectatur ad punctum δ. dico angulum reflexionis $\varepsilon\theta$, æqualem esse angulo incidentię $o\lambda$· Si enim applicem planū speculum $\nu\mu$, ita vt tangat speculum conuexum in puncto κ, angulus θ, æqualis erit angulo λ. Sed angulus ε ęqualis est angulo o, propterea quòd planū speculum $\mu\nu$, tangit conuexum speculum $\alpha\kappa\gamma$. totus igitur $\varepsilon\theta$ angul⁹, æqualis est toti λo āgulo.



IN CONCAVO SPECVLO.

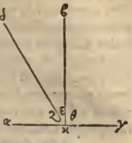
Sit rursus speculum cauum, $\alpha\kappa\gamma$· radius autem $\beta\kappa$, qui reflectatur ad δ. dico angulum θ, æqualē esse angulo λ· apposito enim plano speculo $\mu\nu$, æqualis est angul⁹ $\theta\varepsilon$, angulo λ, o. Sed & angulus ε ęqualis est angulo o. Quare reliquus angulus θ, reliquo angulo λ æqualis erit.



THEOREMA 2.

Si

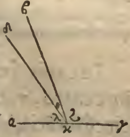
Si radius in qualecunque ſpeculum cadens, æquales faciat angulos, ipſe in ſe ipſum reflectetur.



Sit planum ſpeculum $\alpha\kappa\gamma$, oculus autem β à quo radius procedat $\beta\kappa$, æquales angulos faciens cum ſpeculo, angulum nempe $\varepsilon\zeta$, æqualem angulo θ. fore aſſero vt radius $\beta\kappa$ ſeſe reflectens, in ſe ipſum redeat, hoc eſt, ad β oculum: alioqui reflectatur, ſi poſſit, in punctum δ. Quia igitur radii ad æquales angulos reflectuntur, æqualis eſt angulus ζ, angulo θ. oſtenſus verò eſt ãgulus $\varepsilon\zeta$, æqualis angulo θ. igitur angulus $\varepsilon\zeta$, angulo ζ æqualis erit, maior minori: quod fieri nequit. Igitur radius $\beta\kappa$, in ſeipſum reflectetur. Eadem demonſtratio congruet ſpeculis tum conuexis tum cauis.

THEOREMA 3.

Radius in qualecunque ſpeculum cadẽs, angulóſque inæquales faciens, neque in ſeipſum reflectetur, neque verſùs minorem angulum.



Sit planum ſpeculum $\alpha\kappa\gamma$, radius autem $\beta\kappa$, in ſpeculum proſiliat. faciátque angulum ζ, maiorem angulo $\theta\lambda$. fore aſſero vt $\beta\kappa$ radius ſeſe reflectens, neque in ſeipſum reflectatur, neque ad angulum $\theta\lambda$. Si enim redeat in ſe ipſum, in $\beta\kappa$, æqualis erit ãgulus ζ angulo $\theta\lambda$, quod abſurdum eſt: angulus enim ζ, poſitus eſt maior angulo $\theta\lambda$. quòd ſi $\beta\kappa$ reflectatur ad δ, æqualis erit ζ angulus angulo λ. eſt autem maior. Quare radius $\beta\kappa$ reflectetur verſùs maiorem angulum, qui eſt ad ζ. Poterit enim à maiore angulo auferri angulus æqualis minori. Eadẽ demonſtratio valebit in conuexis & cauis ſpeculis.

THEOREMA 4.

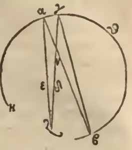
Radii à planis conuexiſque ſpeculis reflexi,

neque

enim anguli ſemicirculorum. Radii igitur $\beta\alpha$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, ab oculo ad ſpeculum miſsi, in ſe ipſos reflectétur: id enim oſtenſum eſt. Quare concurrent in puncto β.

OCVLVS IN CIRCVNFERENTIA.

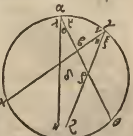
Sit cauum ſpeculum $\alpha\gamma\theta\beta$, oculus autem ſit β, collocetúrque in ipſius ſpeculi circũferentia, & ab oculo β proſiliant radii $\beta\gamma$, $\beta\alpha$, qui reflectantur ad puncta δ, ϵ. Quia ſegmentum $\alpha\gamma\beta$, maius eſt ſegmento $\beta\theta\gamma$ maior igitur eſt $\beta\alpha\gamma$ angulus, angulo $\beta\gamma\theta$. Quare angulus $\epsilon\alpha\kappa$ (per primam propoſitionem) maior eſt angulo $\delta\gamma\alpha$. duo igitur anguli $\beta\alpha\gamma$, $\epsilon\alpha\kappa$, maiores ſunt duobus angulis $\beta\gamma\theta$, & $\delta\gamma\alpha$. quare reliquus angulus $\beta\alpha\epsilon$, reliquo angulo $\delta\gamma\beta$, minor eſt, ac multò etiã minor ipſo $\delta\nu\beta$. igitur radii reflexi $\gamma\delta$, $\alpha\epsilon$, concurrent ad eas partes, in quibus eſt ζ: idem oſtendetur oculo poſito extra circunferentian, vt in ſequenti theoremate.



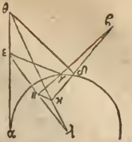
THEOREMA 6.

In cauis ſpeculis, ſi inter centrum & circunferentiam colloces oculum, radii reflexi interdum concurrent, interdum non concurrent.

Sit cauum ſpeculũ $\alpha\gamma$, cuius centrũ δ, oculus auté ponatur in pũcto β, inter centrum & circunferentiam: radii verò ſint $\beta\alpha$, $\beta\gamma$, qui reflectantur ad puncta κ & ζ, ipſi auté radii ad ſpeculum vſque protrahãtur, qui ſint $\alpha\theta$, $\gamma\kappa$. Iam radius $\alpha\theta$ aut maior eſt, aut minor, aut æqualis radio $\gamma\kappa$. Si ergo radius $\alpha\theta$, æqualis ſit radio $\gamma\kappa$, æqualis etiam eſt circunferentia $\alpha\gamma\theta$, circunferétiæ $\gamma\alpha\kappa$. Quare angulus μ æqualis erit ãgulo ξ: æqualium enim ſectionum anguli ſunt inter ſe æquales. duo item anguli μ & λ, ęquales erunt duobus angulis ν & ξ, ppter ęqualitatem angulorum reflexionis & incidentiæ. Quocirca reliquus angulus o, æqualis erit reliquo angulo π. igitur ρ angulus maior erit angulo o. quia enim angulus ρ, maior eſt angulo π (eſt

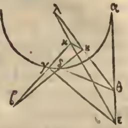


Sit altitudo $\theta\epsilon$, ſpeculúmque conuexum $\alpha\gamma\delta$, radii autem $\beta\delta$, $\beta\gamma$, qui reflectantur ad ϵ & θ. Oſtenſum antea eſt radios reflexos $\gamma\epsilon$ & $\delta\theta$ non poſſe cõcurrere verſus eas partes, in quib⁹ ſunt ϵ & θ. reliqua mõſtrentur vt in planis ſpeculis.



DE PROFVNDITATE *demonſtratio.*

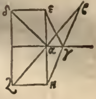
Sit profunditas $\theta\epsilon$. conuexum autẽ ſpeculum ſit $\alpha\delta\gamma$, ſitque oculus β. radii autẽ reflexi ad puncta ϵ & θ, & ſint $\beta\gamma\epsilon$ & $\beta\delta$ θ. reliqua mõſtrentur vt in planis ſpeculis.



THEOREMA 9.

Obliquæ longitudines in planis ſpeculis, vt re ipſa ſe habent, ita apparent.

Sit oculus β, longitudo uerò obliquè poſita, id eſt horizonti parallela, ſit $\delta\epsilon$. planum autem ſpeculũ $\alpha\gamma$. Igitur per radios reflexos cernitur punctum quidem δ in puncto α, punctum verò ϵ in puncto γ. apparentque in eodem ſitu in quo re vera ſunt, id nempe quod propius eſt, propi⁹ apparet, quod autem remotius eſt, remotius videtur.



THEOREMA 10.

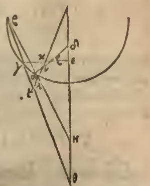
Obliquę longitudines in conuexis ſpeculis in eodem ſitu apparent, in quo reuera ſunt.

Sit obliqua longitudo $\epsilon\delta$, oculus autem β, ſitque conuexum ſpeculum $\alpha\gamma$ radii autem $\beta\gamma$ & $\beta\alpha$, reflectantur ad puncta ϵ, δ. reliqua concludãtur eodem modo vt in præcedenti demonſtratione.

THEOREMA 11.

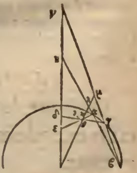
In cauis ſpeculis ſublimitates & profun-

ditates quę ſunt intra concurſum radiorũ, euerſę apparent, vt in planis ſpeculis: quæ autem ſunt extra concurſum, apparent vt re ipſa ſe habent.



Sit cauum ſpeculum α γ, oculus autem β, radii verò reflexi β α, β γ, qui concurrant in puncto ζ. Sint autẽ ſublimitates duæ κ ν & δ ι, quarũ κ ν quidem ſit intra concurſum ζ · id eſt ſublimitas κ ν ſit inter punctũ ζ & ſpeculi circunferentiã cõcauam. Sublimitas autem δ ι, ſit extra eundem concurſum. Productis igitur radiis quemadmodũ in planis & conuexis ſpeculis, apparet punctum quidem κ in puncto μ, punctum autem ν in puncto λ· euerſa igitur apparent. Contrà verò fit in δ ι ſublimitate, quæ eſt extra concurſum. apparet enim punctum δ in puncto κ, punctũ verò ι in puncto θ, eo nimirum modo quo ſe habent.

DEMONSTRATIO DE *profunditate.*

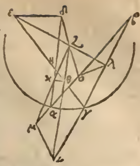


Sunto rurſum profunditates duæ δ ι & κ θ, cauum autem ſpeculum α γ, oculus verò β, radii denique reflexi β γ δ, β α ι, qui cõcurrant in puncto ζ. ſi igitur radii producantur, apparebunt puncta κ & θ euerſa, punctum quidem κ in puncto λ, punctũ verò θ in puncto μ, quemadmodũ in planis & conuexis ſpeculis. Contrà verò puncta δ, ι, apparebunt eo modo quo ſe habẽt, punctum quidem ι quod inferiore loco eſt, in puncto κ · punctum autem δ quod ſuperiore loco eſt, in puncto ν.

THEOREMA 12.

In cauis ſpeculis obliquæ lõgitudines intra concurſum radiorũ poſitæ, apparẽt vt ſunt: quæ autẽ extra cõcurſũ ſũt, euerſæ apparẽt.

Sint

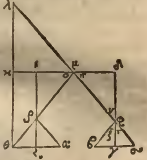


Sint obliquę longitudines $\epsilon\delta$, $\theta\kappa$, cauum autem ſpeculum $\alpha\gamma$, oculus verò β, ſintq́; radii reflexi $\beta\alpha\delta$, $\beta\gamma\epsilon$, qui concurrant in puncto κ. & obliqua quidem longitudo $\kappa\theta$, ſit intra concurſum ſub κ. reliqua verò longitudo obliqua $\delta\epsilon$, ſit extra eundem concurſum. Puncta igitur θ, κ, in ſuo naturali ſitu cernuntur, quemadmodum in planis & conuexis ſpeculis. puncta verò δ, ϵ, euerſa apparent. punctum enim δ apparet in puncto α, punctum autem ϵ in puncto γ.

THEOREMA 13.

Res eadem cerni poteſt per plura ſpecula plana.

Sit aſpectabile α, oculus verò β, tria autem ſpecula ſint $\gamma\delta$, $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$. ducatur perpendicularis à puncto β in $\gamma\delta$ ſpeculum, quæ ſit $\beta\gamma$, cui ponatur æqualis $\gamma\sigma$. rurſúſq; à puncto α ad ſpeculum $\zeta\epsilon$, ducatur perpendicularis $\alpha\zeta$, cui æqualis ſit $\zeta\theta$. & à puncto θ ducatur $\theta\kappa$ perpendicularis ad ſpeculum $\delta\epsilon$. ſitque $\kappa\lambda$ æqualis ipſi $\theta\kappa$, & connectatur à puncto λ in punctum σ, recta linea $\lambda\mu\sigma$. & à puncto μ in punctum θ, recta linea $\mu\rho\theta$. connectantur denique rectę $\alpha\rho$, $\beta\phi$. quia igitur recta $\beta\gamma$ æqualis eſt rectæ $\gamma\sigma$, recti autem ſunt anguli ad punctum γ poſiti, duæ igitur

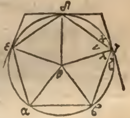


$\beta\gamma$ & $\gamma\phi$, duabus $\sigma\gamma$ & $\gamma\phi$ ſunt æquales vtraque vtrique: rectus item angulus $\beta\gamma\phi$, æqualis eſt recto angulo $\sigma\gamma\phi$. & reliqui anguli reliquis angulis æquales erũt, quos ęqualia latera ſubtendunt, angulus nempe β angulo σ, & angulus ξ angulo τ. Sed angulus τ, æqualis eſt angulo υ, quia eorũ vterque eſt circa verticẽ. angulus igitur υ, æqualis eſt angulo ξ. quo fit vt radius $\beta\xi$ reflectatur verſus punctũ μ. Rurſum quia æqualis eſt recta $\theta\kappa$, rectæ $\kappa\lambda$. recti verò ſunt anguli ad punctũ κ poſiti, ęqualis ergo eſt ãgulus o, ãgulo π. ipſe igitur radiꝰ $\beta\xi\mu$ reflectitur ad punctũ ρ. eadéque ratione idẽ radius reflectitur à puncto ρ, ad punctũ α, eò quòd angulus $\zeta\rho\alpha$, æqualis eſt ãgulo $\epsilon\rho\mu$. quod eodẽ modo oſtẽdi poteſt, vt in reliquis ãgulis demõſtratũ eſt. Radius igitur emiſſus ex β oculo, videt punctũ α per tria plana ſpecula, quæ ſunt $\gamma\delta$, $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$.

THEOREMA 14.

Fieri poteſt vt eadem res ſpectetur per quotlibet plana ſpecula: Oportet autẽ deſcribere polygonum æquilaterum & ęquiangulum, quod duobus lateribus excedat numerum ſpeculorum.

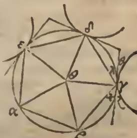
Sit aſpectabile α, oculus verò ϐ, connectatúrque recta α ϐ, ex qua deſcribatur polygonia figura æquilatera & æquiangula, cui ſint duo latera plura quàm ſpecula, ſitque ea figura polygonia α ϐ γ δ ε, ſumatúrque centrũ circuli deſcripti circa ipſam, ſitque illud θ, ex quo connectantur rectæ θ γ, θ ε, θ δ, θ ϐ, θ α, tẽdẽtes à centro ad ſingulos angulos. apponantur autem plana ſpecula eo modo, vt angulos rectos faciant cum lineis à centro ductis. Quia igitur ζ λ angulus æqualis eſt angulo κ ν, vterque enim rectus eſt: angulus autem ν, angulo λ eſt æqualis. reliquus igitur angulus ζ, reliquo angulo κ eſt æqualis. quare reflexio radii ϐ γ, fiet à puncto γ in punctum δ. reflexiones enim fiunt ad æquales angulos: eodemque modo oſtendentur anguli, qui ſunt ad δ & ε puncta ſpeculorum, inter ſe æquales. Quare radius emiſſus à ϐ oculo, poſtquàm in ſingula ſpecula inciderit, inde ſeſe reflectẽs, perueniet tandem ad punctum α.



THEOREMA 15.

Fieri etiam poteſt, vt eadem res ſpectetur per quotlibet ſpecula conuexa vel cõcaua.

Sit aſpectabile α, oculus autem ϐ, deſcribatúrque veluti in præcedente demonſtratione, polygonia figura ęquilatera & æquiangula α ϐ γ δ ε. & in punctis γ, δ, ε, ponantur ſpecula iis nimirum locis, in quibus radii ab oculo emiſſi incidunt in ſpecula. æqualis ergo eſt angulus ζ angulo θ, & angulus κ angulo λ totus ergo angulus κ, ζ, toti angulo θ, λ, eſt æqualis. radius ergo ϐ γ reflectetur à conuexo ſpeculo γ ad

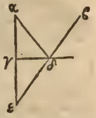


conuexũ

conuexum ſpeculum δ·& à conuexo ſpeculo δ, ad conuexũ ſpeculum ϵ·& à conuexo ſpeculo ϵ ad α aſpectabile. Vnde liquet, fieri poſſe vt res eadem cernatur per quotlibet ſpecula, ſiue ea ſint conuexa tantùm, ſiue caua tantùm, ſiue miſta.

THEOREMA 16.

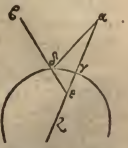
Aſpectabile quodlibet in planis ſpeculis cernitur in perpendiculari ducta ab aſpectabili in ſpeculum



Sit ſpeculum planum $\gamma\,\delta$, oculus autem ϐ, ſitque aſpectabile α: & ex α aſpectabili in ipſum ſpeculum ducatur perpendicularis $\alpha\,\gamma$. Quia igitur primo Phænomeno poſitum & conceſſum eſt, punctum α cerni non poſſe ab oculo poſito in puncto γ· igitur punctum α videbitur in aliquo pũcto lineæ $\alpha\gamma$ productæ in cõtinuum & rectũ. Videbitur autẽ in aliquo etiam puncto radii ϐ δ, in cõtinuũ rectũque producti: videbitur ergo in puncto ϵ. Eſt enim poſitum prima definitione huius libri, rectum id eſſe, cuius extremis media officiant: quare radii $\alpha\,\epsilon$ & ϐ ϵ, recti ſunt.

THEOREMA 17.

In conuexis ſpeculis quodlibet aſpectabiliũ cernitur in linea recta ducta ab aſpectabili ad centrm eius ſphęræ, cuius portio eſt ipſum conuexũ ſpeculum.

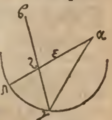


Sit conuexum ſpeculum $\gamma\,\delta$, oculus autem ϐ, radius ab oculo emiſſus ϐ δ, qui reflectatur ad aſpectabile, quod ſit α·ſit verò ζ centrum ſphæræ, cuius portio eſt ipſum $\gamma\,\delta$ ſpeculum: connectatúrque recta $\alpha\,\zeta$, & producatur radius ϐ δ vſque ad punctum ϵ. Quia igitur in ſecundo Phænomeno poſitum eſt, α non cerni ab oculo collocato in puncto γ· igitur aſpectabile (quod eſt α) cernetur in aliquo puncto lineæ $\alpha\,\gamma$. productæ in rectum & continuum, in eo videlicet loco, in quo radius ϐ δ productus in rectum, concurrit cum linea $\alpha\,\gamma$, nempe in puncto ϵ, veluti in planis ſpeculis.

THE-

THEOREMA 18.

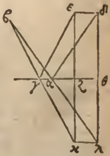
In cauis ſpeculis, aſpectabilium quodlibet cernitur in recta linea ducta ab aſpectabili ad centrum ſphęrę, cuius portio eſt ipſum ſpeculum.



Sit cauum ſpeculum $\gamma\delta$, radius verò ab oculo emiſſus $\beta\gamma$, qui reflectatur ad aſpectabile, quod ſit α. eſto autem ε centrum ſphæræ, cuius portio eſt ipſum $\gamma\delta$ ſpeculum: connectatúrque recta $\alpha\varepsilon$, & producatur in rectum. Quia igitur in tertio Phænomeno poſitum eſt, ipſum α non cerni ab oculo occupante eum locum, in quo eſt δ: igitur ſimulacrũ ipſius α aſpectabilis, cernetur in aliquo puncto ipſius $\alpha\varepsilon$ lineæ rectæ in continuum rectúmque productæ. Cernetur ergo in ζ, in concurſu nempe ipſius $\alpha\delta$ rectæ lineæ cum radio $\beta\gamma$.

THEOREMA 19.

In planis ſpeculis dextra apparent ſiniſtra & ſiniſtra dextra: itemque ſimulacrum æquale apparet aſpectabili: ſimulacrum etiã & aſpectabile æqualiter diſtant à ſpeculo.



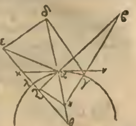
Sit planum ſpeculum $\alpha\gamma$, oculus autẽ β, radii verò $\beta\alpha$, & $\beta\gamma$, qui reflectantur ad aſpectabile quod ſit $\varepsilon\delta$, ex quo ad ſpeculum ducantur perpendiculares $\varepsilon\zeta$, $\delta\theta$, quæ producantur. producantur etiam radii $\beta\gamma$, $\beta\alpha$, & concurrant cum perpendicularibus in punctis κ & λ, connectatúrque recta $\kappa\lambda$. Apparet igitur ε quidem in κ, ipſum autem δ in λ. (id enim antea oſtenſum eſt 16. Theoremate.) Siniſtra igitur dextra apparent, & dextra ſiniſtra. Et quia angulus $\kappa\gamma\zeta$ æqualis eſt angulo $\zeta\gamma\varepsilon$. recti autem ſunt anguli poſiti ad ζ. Æqualis igitur eſt recta $\zeta\kappa$, rectę $\zeta\varepsilon$. Eadémque ratione æqualis eſt recta $\delta\theta$, rectæ $\theta\lambda$. Quare interuallum quo $\varepsilon\delta$ aſpectabile diſtat à ſpeculo, æquale eſt interuallo quo ſimulacrum quod eſt $\kappa\lambda$, diſtat ab eodem ſpeculo. Item $\varepsilon\delta$ aſpectabile æquale

le eſt ipſi κ λ ſimulacro, eò quòd ε ζ ęqualis eſt ipſi ζ κ, & δ θ ipſi θ λ. earum verò vtrique communis & ad angulos rectos ipſa θ ζ γ.

THEOREMA 20.

In conuexis ſpeculis ſiniſtra apparẽt dextra, & dextra ſiniſtra. & imago propiùs abeſt à ſpeculo quàm aſpectabile.

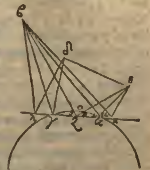
Sit conuexum ſpeculum λ α γ, centrum autẽ ſphæræ, cuius portio eſt ipſum λ α γ ſpeculum, ſit θ, ſitque oculus β. radii autem ſint β α & β γ, qui reflectantur ad aſpectabile, quod ſit δ ε. ex centro autem θ ad δ ε, ducantur rectę θ δ, θ ε, producantúrque β α & β γ radii, vſque ad puncta ζ & κ. Cõnectatúrque recta ζ κ, quę erit imago ipſius δ ε aſpectabilis. Igitur δ apparet in κ, & ε in ζ.



Quare dextra apparent ſiniſtra & ſiniſtra dextra. Dico prætereà maiorem eſſe ε λ, quàm λ ζ. Per punctum enim α ducatur recta linea κ α ν, quę tangat circulum in puncto α. Quia ergo β α, α ε æquales faciunt angulos cum circuli circunferentia, propter æqualitatem angulorum reflexionis. Recta autem κ α ν, circulum tangit: igitur linea κ α ν, bifariàm diuidit angulum ε α ζ. Obtuſus autem eſt angulus κ. maior eſt igitur ε κ, quàm κ ζ. ergo multò maior eſt ε λ quàm λ ζ. Minùs ergo diſtat ζ κ ſimulacrum à ſpeculo, quàm ε δ aſpectabile vt deinceps etiam oſtendetur.

THEOREMA 21.

In conuexis ſpeculis imagines ſunt minores aſpectabilibus.



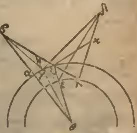
Sit conuexum ſpeculum α ο γ, oculus β, radii autem β α, β γ, qui reflectantur ad puncta δ, ε. igitur aſpectabile δ ε cernitur in ſpeculo conuexo ſub angulo α β γ. apponatur huic conuexo ſpeculo planum ſpeculum, quod ſit α γ, tangátque ipſos β α, β γ, radios in punctis γ & α. Radius igitur qui reflexus à plano ſpeculo viſurus ſit punctum ε, non eſt β α ε. Non enĩ facit æquales angulos cum plano ſpeculo. Nec verò reflectetur

ad ϵ,ab aliquo puncto poſito inter α & γ.reflectatur enim, ſi fieri poſsit,ſitque radius $\beta\,\zeta$. Æqualis ergo eſt κ angulꝰ,angulo θ,propter reflexionem. Angulus autem θ maior eſt angulo ν,& angulus μ,angulo κ. Quare angulus μ maior erit angulo ν, quod abſurdũ eſt. Angulus enim ν maior eſt angulo μ,cùm angulus ν ſit ęqualis toti angulo ad circunferentiam poſito,cuius pars eſt angulꝰ μ. Ergo radius à ſpeculo reflexus ad ϵ, reflectetur ab aliquo puncto poſito extra $\alpha\,\gamma$.Reflectatur ergo,ſitque $\beta\,\kappa\,\epsilon$.Eodem modo $\beta\,\lambda\,\delta$ radius à ſpeculo reflexus ad δ, cadet extra $\alpha\,\gamma$.Igitur ipſius $\epsilon\,\delta$ imago in ſpeculo plano cernitur ſub angulo $\kappa\,\beta\,\lambda$, qui maior eſt quàm angulus $\alpha\,\beta\,\gamma$,ſub quo cernitur eadem imago in conuexo ſpeculo.Oſtenſum eſt autem in theoremate 19, imaginem æqualem aſpectabili apparere in ſpeculo plano. Conſtat ergo in conuexis ſpeculis imaginem apparere minorem aſpectabili.

THEOREMA 22.

In conuexis ſpeculis minoribus,minores imagines apparent.

Sunto circa idem centrum θ, duo ſphærica ſpecula conuexa, quorum $\alpha\,\gamma$ ſit maius, $\epsilon\,\lambda$ verò ſit minus. ſitque oculus β, connectatúrque recta $\beta\,\alpha\,\theta$.& ex γ puncto ſphærici ſpeculi reflectatur radius $\beta\,\gamma\,\delta$,ad δ aſpectabile.Dico fieri non poſſe vt radius qui à minore ſpeculo ſphærico reflectetur ad δ, cadat in idem minus ſpeculum per γ punctum maioris ſpeculi, vel per aliud punctum poſitum extra γ,id eſt, contentum inter γ & ζ.Si enĩ id fieri poteſt,cadat priùs per γ pũctũ,& reflectatur à minore ſpeculo ſphę rico ad δ,ſitque $\beta\,\epsilon\,\delta$. Connectatúrque recta $\theta\,\gamma$ & producatur vſque ad κ.Igitur recta $\theta\,\gamma\,\kappa$, bifariàm ſecabit angulum $\beta\,\gamma\,\delta$, eò quòd $\beta\,\gamma$ & $\gamma\,\delta$ æquales,faciunt angulos ad γ punctum circunferentiæ, propter reflexionem. Eadémque ratione connexa recta linea ex θ in ϵ, & producta,bifariàm ſecabit angulum $\beta\,\epsilon\,\delta$. Secet(inquam)ſitque illa linea $\theta\,\epsilon\,\zeta$.Quia igitur angulus $\beta\,\gamma\,\delta$ maior eſt angulo $\beta\,\epsilon\,\delta$ & illius dimidium dimidio huius maius eſt:maior ergo eſt angulus $\beta\,\gamma\,\kappa$,angulo $\beta\,\epsilon\,\zeta$.eſt verò etiam minor,quod abſurdum eſt. Fieri ergo non poteſt,vt radius qui ab oculo pergit ad minus ſpeculum ſphæricum,ab eóque reflectitur in δ, tranſeat per punctum γ.His poſitis cadat extra punctum γ, radiꝰ $\beta\,\lambda$ in minus ſphæricum ſpeculum,à quo reflectatur ad δ aſpectabile.Secetque idem

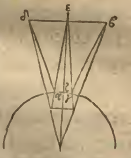


radius

radius $\beta\lambda$, maius ſpeculum ſphæricum in puncto ζ. radius autem ab oculo tendens in ζ, & à puncto ζ, reflexus in κ, ſit $\beta\zeta\kappa$. is radius minimè concurret cum radio $\gamma\delta$ (id enim oſtenſum eſt theoremate 4.) Concurrat igitur cum $\lambda\delta$ in puncto κ. Igitur radius $\beta\zeta\kappa$ reflexus à maiore ſpeculo, cernit punctum κ. Ipſe itẽ radius $\beta\lambda\kappa$ reflexus à minore ſpeculo, cernit idem punctum κ. Id autem fieri non poſſe ſuprà oſtenſun eſt. Radius igitur qui ab oculo emiſſus in minus ſpeculum, reflectetur ab eodem ſpeculo in punctum δ, cadet per aliquod punctum poſitum inter γ & α. Eadem demonſtratio valebit in altera etiam parte, id eſt, eodem modo oſtendemus, radium ab oculo miſſum in minus ſpeculum, ab eoque reflexum in δ, non poſſe cadere per punctum γ, aut extra punctum γ, ſed neceſſariò caſurum per aliquod punctorum contentorum inter α & γ. Igitur angul⁹ β, ſub quo cernitur δ aſpectabile, minor fit à minore ſpeculo quã à maiore. Quare imago rei aſpectabilis, minor apparebit in minore ſpeculo.

THEOREMA 23.

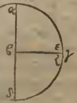
In conuexis ſpeculis, aſpectabilium imagines plerunque apparent conuexæ.



Eſto conuexum ſpeculum $\alpha\gamma$, oculus autẽ ϵ, à quo emittantur radii $\epsilon\alpha$, $\epsilon\gamma$, qui reflectantur ad aſpectabile, quod ſit $\delta\beta$. radius autem $\epsilon\zeta$ reflectatur in ſeipſum, redeátque ad ϵ oculum. Radiorum igitur longiſſimi ſunt, qui ad remotiſſimas partes tẽdũt: qui autẽ ad mediũ rei aſpectabilis tendũt, ſunt breuiſſimi, cuiuſmodi eſt radius $\epsilon\zeta$. igitur ϵ propiùs videtur à ſpeculo diſtare, quàm pũcta β & δ. Itaq; tota imago cõuexa apparet.

THEOREMA 24.

Si oculus ponatur in centro ſpeculi concaui, ſe ipſum cernet tantúm.

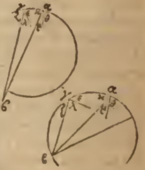


Sit cõcauum ſpeculũ $\alpha\gamma\delta$, eius verò centrum β, radii autem ab oculo in ſpeculum miſſi, ſunto $\beta\alpha$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$. Igitur angul⁹ ϵ, æqualis eſt angulo ζ. Quare radius à β oculo ad γ punctũ ſpeculi pergẽs, ab eodem γ puncto ſe reflectet ad ſe ipſum, redibitq; ad β oculũ. Idem facient reliqui radii. Quare ipſe β oculus in centro

poſitus ſe ipſum tantùm cernet.

THEOREMA 25.

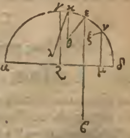
In cauis ſpeculis ſi oculum colloces in circunferentia aut extra circunferentiam, ipſe oculus non apparebit.



Eſto concauum ſpeculum $\alpha\ \gamma\ \beta$, oculus autem β, qui ſtatuatur in ipſius ſpeculi circũferentia, ab eóque emittantur in ſpeculum radii $\beta\ \alpha$, $\beta\ \gamma$, & reflectãtur. Quia ergo ãgulus $\mu\ \theta$, maior eſt angulo κ, & angulus $\epsilon\ \lambda$, maior angulo ζ. Igitur radii $\beta\ \alpha$, $\beta\ \gamma$, non reflectentur ad β oculum. Si enĩ reflecterẽtur ad β oculum, æquales eſſent anguli, quos radii faciunt cum circunferentia in punctis α & γ. Quòd ſi oculus ponatur extra ſpeculi circũferẽtiã, idẽ ei accidere demonſtrabitur, nempe ipſiꝰ imaginẽ in ſpeculo nõ cerni, eò ꝙ reflexiones ad ipſũ nõ fiãt.

THEOREMA 26.

In ſpeculis cõcauis ſi à cẽtro ad circũferentiã excites rectã lineã, quæ ãgulos rectos faciat cũ eiuſdẽ ſphęrici ſpeculi ꝓducta diametro, & oculũ ſtatuas ad alterutrã partẽ: oculus nil cernet eorũ quę ſunt in ea parte, in qua ipſe eſt: nihil (inquã) eorũ cernet, quæ ſunt vel ĩtra diametrũ, vel extra diametrũ, vel in ipſa diametro.

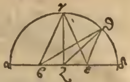


Sit cõcauũ ſpeculum $\alpha\ \gamma\ \delta$, diameter verò ſphæræ, cuiꝰ portio eſt ipſũ ſpeculũ, ſit $\alpha\ \delta$, in quã ſit cẽtrũ ζ, à quo excitetur recta $\zeta\ \gamma$, quę ſit ad ãgulos rectos ipſi $\alpha\ \delta$, ſitq́; oculꝰ β extra diametrũ, ſitq́; radiꝰ $\beta\ \epsilon$. igitur $\beta\ \epsilon$ radiꝰ ſeſe reflectẽs, nec ad β, nec ad ζ, ſe reflectet: reflectitur enĩ ad æquales ãgulos: ſe igitur reflectet vt linea $\epsilon\ \theta$. Similiter ſi oculꝰ ſtatuatur ĩtra diametrũ, in eo loco, ĩ quo eſt θ, aut in ipſa diametro in eo loco, in quo eſt μ, radii $\theta\ \kappa$ & $\mu\ \nu$, ſe reflectẽt vt $\kappa\ \lambda$ & $\nu\ \xi$. oculꝰ igitur nullã imaginẽ cernit

cernit eorũ,quæ ſunt ad eãdẽ ſemidiametri partẽ,ad quã ipſe eſt, neq; eorũ quę ſunt in ipſa diametro,neq; eorũ quæ ſunt extra diametrũ, neq; eorũ quę ſunt intra.

THEOREMA 27.

In cõcauis ſpeculis ſi oculi ita cõſtituãtur in dimetiẽte,vt vterq; à cẽtro ęqualiter diſtet, neuter oculorum cernetur.

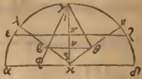


Eſto cõcauũ ſpeculũ α γ δ,eiúſq; dimetiens α δ,cẽtrũ autẽ ζ,à quo excitetur ζ γ, ad angulos rectos ipſi α δ. Sint verò oculi ϐ,ε,æqualiter diſtãtes à cẽtro ζ. Sitq; radiꝰ ϐ γ. is ergo ſe reflectẽs,veniet ad ε.reflectitur enĩ ſecũdũ æquales ãgulos. Nullꝰ autẽ aliꝰ radiꝰ ex ϐ oculo emiſſus, reflectetur ad ε. Sit eiuſmodi aliquis ϐ θ,qui(ſi fieri poſſit)reflectatur ad ε. Cõnectãtúrq; rectæ θ ε, θ ζ. Igitur ãgulꝰ ϐ θ ε biſariã ſecatur à linea ζ θ. Sũt ergo in eadẽ ratiõe,vt ϐ θ,ad θ ε,ſic ϐ ζ ad ζ ε(per 3.ſexti Ele.)quod fieri ipſi ζ ε propterea ꝙ ϐ θ,maior eſt quã θ ε. ipſa autẽ ϐ ζ æqualis eſt nequit. Nullꝰ igitur radiꝰ emiſſus ab oculo ϐ, reflectetur ad ε, pręter radiũ ϐ γ. Vnꝰigitur radiꝰ ad vtrũq; oculorũ reflectetur,nec cernetur ε,ꝑpterea quòd radiꝰ ϐ γ ꝓductus in cõtinuũ & rectum, nũquam cõcurret cũ ϐ δ,ad partes γ & δ. Demõſtratũ enim eſt, imagines aſpectabiliũ apparere in eo loco,in quo radiꝰ ab oculo emiſſus cõcurrit cũ linea ducta ab aſpectabili per cẽtrum ſpeculi cõcaui.Nec verò ε γ radiꝰ cõcurret cũ ε α, ad partes eas,in quibꝰ ſunt puncta γ & α.in cõcauis enim ſpeculis, aſpectabiliũ ſimulacra viſuntur in linea quæ ducitur ab aſpectabili ad centrum ipſius ſphærici ſpeculi.

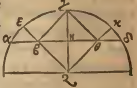
THEOREMA 28.

Si caui ſpeculi ſemidiametrũ bifariã ſeces,& à pũcto ſectionis,lineã ad ãgulos rectos vtrĩque ducas,oculos autẽ ita colloces,vt æqualiter diſtẽt ab excitata ſemidiametro:neuter oculorũ cernetur, ſiue hi ſint inter diametrũ & lineã ad ãgulos rectos ductam, ſiue in ipſa, quę angulos rectos facit cum ſemidiametro.

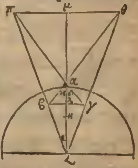
Eſto concauum ſpeculum αγδ,cuius diameter quidem αδ,centrum autem κ,à quo ad angulos rectos excitetur ſemidiameter κγ, quæ bifariàm ſecetur in puncto π · per quod ducatur linea επζ, quæ ad angulos rectos ſit ipſi γκ. Sint autem oculi β & θ, collocati inter diametrum αδ,& lineam εζ, cui ſit parallela linea βθ,ipſiſque β & θ oculi æqualiter diſtent à ſemidiametro κγ. Eſto denique radius βγ,qui reflectatur à puncto γ ad θ.igitur angulos æquales facit in circunferentia,eò quòd linea ζε parallela eſt ad lineã βθ, & linea β υ æqualis eſt ipſi υθ. Connectantur κβ & κθ,& producantur vſq; ad λ & κ.producatur etiam linea γβ vſque ad φ. Quia ergo maior eſt βγ,quàm βκ·maior igitur eſt angulus ρ,quàm angul⁹ ι. Quocirca angulus γβθ,maior eſt angulo θβκ,id eſt, angulo βθκ .non igitur concurrent βγ & κθ.Ergo θ non cernetur: deberet enim cerni in concurſu linearum βγ & κθ.



Sint rurſus reliqua omnia vt in præcedente figura: oculi autem β & θ collocentur in ea linea,quæ ſemidiametrum ſecat bifariàm & ad angulos rectos,id eſt in linea αδ. Quia igitur βγ, æqualis eſt ipſi βζ, & γθ ipſi ζθ· parallela ergo eſt βγ ipſi ζθ. Quare radius βγ non concurret cũ linea ducta à centro ad aſpectabile, id eſt, cum linea ζθ,verſus partes eas,in quib⁹ ſunt puncta θ & γ. quare θ oculus non cernetur:ſi enim cerneretur,deberet cerni in cõcurſu linearum βγ & ζθ.



Sopra Vitellone. Sint rurſus reliqua vt in præcedenti figura,oculi autem β γ,collocentur loco ſuperiore,quàm ſit punctum illud, in quo ſemidiameter bifariã ſecta eſt: diſtentque æqualiter ab ipſa ζα ſemidiametro: dico fore vt β & γ appareant, & dextra videantur ſiniſtra,& ſiniſtra dextra,& faciei ſimulacrum appareat maius facie,& longiùs à ſpeculo diſtet, quàm facies ipſa.Sit enim βα radi⁹, qui reflectatur ad γ, & à centro ζ ad puncta β,γ,connectantur rectę ζβ,ζγ,producátúrque βα. quia igitur ζα ſemidiameter bifariàm ſecta eſt in κ· maior ergo eſt βζ,quàm βα.ob ídque maior eſt κ angulus, angulo ε. Æqualis autem eſt angulus κ angulo δ· maior igitur eſt angulus δ angulo ε.Quare lineæ ζβ & γα productæ,tandem concurrent: concurrant

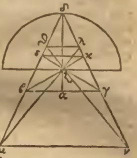


rant in puncto π. Eadem ratione lineæ ϐ α & ζ γ productæ concurrent in puncto θ. Ergo γ apparebit in θ, & ϐ in π, & dextra apparebunt ſiniſtra, & ſiniſtra dextra. Quinetiam imago quæ eſt π θ, maior apparebit, quàm facies quæ eſt ϐ γ· parallelę enim ſunt π θ & ϐ γ. Imago ergo maior apparet, quàm facies, & magi s diſtat à ſpeculo: maior eſt enim μ α, quàm α λ.

THEOREMA 29.

Sin autem oculi extra diametrum ponátur, dextra apparebunt dextra, & ſiniſtra ſiniſtra, & ſimulacrum apparebit minus facie ipſa inter faciem & ſpeculum.

Sint enim oculi ϐ γ, centrum autem ſpeculi ſit ζ, per quod ducatur α ζ δ ad angulos rectos ipſi diametro: & per punctum α, ducatur ϐ α γ, a d angulos rectos ipſi α ζ δ, ſitque α γ ęqualis ipſi α ϐ· radius autem ϐ δ reflectatur ad γ, & per ζ centrum ducantur ϐ ζ κ & γ ζ ε, & connectatur à puncto ε in punctum κ recta ε κ. Igitur ϐ apparet in κ· γ verò apparet in ε. Quare dextra dextra, & ſiniſtra apparẽt ſiniſtra: & ſimulacrum, quod eſt ε κ, minus apparet ipſâ ϐ γ facie. Parallela nanque eſt ε κ ipſi ϐ γ, apparétque ipſum ſimulacrum in loco in-



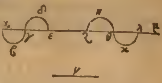
teriecto inter faciem & ſpeculum. Quòd ſi facies retrahatur à ſpeculo, ſimulacrum adhuc videbitur minus: eſto enim μ ν facies eadem quæ erat in ϐ γ, ſed remotior à ſpeculo, quàm eſſet ϐ γ, habeátque eũdem ſitum ad ſpeculum. Ergo recta linea ducta à puncto μ ad ζ centrum & producta, cadet in locum ſuperiorẽ, quàm ſit κ, verbi gratiâ, in λ. Linea autem ducta à puncto ν ad punctũ ζ & producta, cadet ſupra ε, in punctum nempe θ. Imago igitur ipſius μ ν, eſt ipſa θ λ· minor autem eſt θ λ, quàm ε κ, & propior ad ſpeculum.

THEOREMA 30.

Speculum eiuſmodi conſtrui poteſt, vt in eo plures facies appareant, quædam maiores, quædam minores, quædam propiores,

quæ-

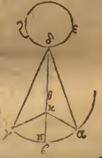
dã remotiores,& carũ dextræ partes à dextris, & ſiniſtræ à ſiniſtris appareant.



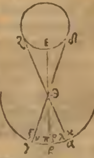
Sit enim planum $\alpha\mu$ ergo in eo eſſe poſſunt ſpecula cõuexa quidẽ,qualia ſunt $\alpha\beta\gamma$, $\theta\kappa\lambda$. caua autem, qualia ſunt $\gamma\delta\epsilon$, $\zeta\eta\theta$. plana verò,qualia ſunt $\epsilon\zeta$ & $\lambda\mu$. Facie igitur poſita in eo loco,in quo eſt ν,apparebunt eius imagines æquales quidem,& æqualiter à ſpeculo diſtãtes,in ſpeculis planis: in conuexis autẽ minores & minùs diſtantes:in cauis autem,& maiores,& minores, & plùs,& minùs diſtantes,vt antea oſtenſum eſt.

THEOREMA 31.

A concauis ſpeculis Soli oppoſitis,ignis accenditur.



Sit cauũ ſpeculũ $\alpha\beta\gamma$,Sol autẽ $\epsilon\zeta$,centrũ verò ſpeculi ſit θ: & ab aliquo Solis pũcto, δ videlicet,ad cẽtrũ θ cõnexa recta linea $\delta\theta$, producatur vſque ad β: radius autẽ $\delta\gamma$ incidat in ſpeculũ, & à puncto γ reflectatur ad punctum κ. punctũ ergo κ, ad quod radius à ſpeculo reflectitur,cadet ſupra θ centrum. Angulus enim π ad circunferẽtiã poſitus, minor eſt angulo $\beta\gamma\delta$ poſito ad circũferentiam. Sit ergo circũferentia $\beta\alpha$ æqualis circũferẽtiæ $\beta\gamma$. & à puncto δ,cadat aliquis alius radius ad ſpeculum,qui ſit $\delta\alpha$. Conſtat ergo fore vt radius $\delta\alpha$ ſe reflectẽs à puncto α, cadat in κ,eò quòd circũferẽtia $\alpha\beta$,æqualis eſt circũferẽtiæ $\beta\gamma$. Eodem modo oſtẽdetur forè,vt omnes radii à puncto δ in ſpeculũ cadẽtes, & æquales circũferẽtias cõprehendentes, concurrant cũ $\beta\theta$, in puncto ſuperiore quàm ſit punctum θ.



Sit rurſum ſpeculũ cauum $\alpha\beta\gamma$, Sol autẽ $\delta\epsilon\zeta$,& ab eius aliquo puncto,quod ſit ϵ, ducatur recta linea $\epsilon\theta\beta$ per centrũ θ. & ab aliis punctis,quæ ſint δ & ζ, ducãtur radii $\delta\theta\gamma$,& $\zeta\theta\alpha$. Iam igitur monſtrauimus fore, vt radii à puncto ϵ in ſpeculũ cadẽtes,in ſeipſos reflectãtur,propter angulos π & ρ, qui,inter ſe æquales ſunt:ſunt enim anguli ſemicirculorũ. Similiter & radius $\zeta\theta\alpha$ in ſe ipſum recurret, propter angulos κ & λ inter ſe æquales. Eodémque modo $\delta\theta\gamma$ redibit per ſe ipſum,propter angulos ν & ξ inter ſe æquales. Quòd enim hi oẽs radii in ſe ipſos reflectantur, patet hinc,quia cùm per θ cẽtrũ tranſeant, diuidũt ſpeculũ in ſemicirculos: ſemicirculorum autẽ anguli æquales ſunt. Quare radii hi omnes reflectũtur ſecũ ſũ æquales ãgulos:ergo in ſe ipſos recurrunt. Omnes igitur radii à Sole per cẽtrũ ſpeculorũ miſſi,à punctis quibuſlibet circunferẽtiæ in centrũ redibũt & cõcurrent. His igitur radiis incaleſcentib⁹, cõgeretur ignis circa centrum. Quocirca ſi ibidem ponatur ſtupa,incendetur.

FINIS CATOPTRICORVM.